

飛翔体誘導における動特性変動補正に関する研究

防衛大学校理工学研究科後期課程

装備・基盤工学系専攻 航空飛翔システム教育研究分野

白 石 洋 平

令和3年3月

目次

【第 1 章】序論	1
【1-1】研究背景・目的	1
【1-2】論文の構成	4
【1-3】記 号	5
【第 2 章】会合問題の概要	7
【2-1】会合問題と支配方程式	7
【2-1-1】初期誘導期間（ブーストフェーズ）	8
【2-1-2】中期誘導期間（ミッドコースフェーズ）	9
【2-1-3】終末誘導期間（ターミナルフェーズ）	9
【2-2】飛翔体誘導の概要	10
【第 3 章】従来の誘導則	12
【3-1】単純追尾航法（Pure Pursuit Navigation : PPN）	12
【3-2】定方位航法（Constant Bearing Navigation : CBN）	13
【3-3】比例航法（Proportional Navigation : PN）	14
【3-4】拡張比例航法（Augmented Proportional Navigation : Augmented PN）	15
【3-5】修正比例航法（Modified Proportional Navigation : Modified PN）	16
【3-6】 tgo の導出	18
【3-6-1】飛翔体の速度が一定の場合	18
【3-6-2】飛翔体の速度が変化する場合	18
【3-7】最適誘導則（解析的手法）	19
【3-8】最適誘導則（直接的手法）	19
【3-9】Modified PN の問題点	20
【第 4 章】提案する動特性補正方法	23
【4-1】飛翔体の動特性変動に起因する補正	23
【4-1-1】飛翔体の速度方向の加速度補正	23
【4-1-1-1】 tgo の導出（改良型 Modified PN）	24
【4-1-1-2】改良型 Modified PN のアルゴリズム	24
【4-1-2】システムの等価時定数補正のための Difference-Driven Filter（DDF）	25
【4-1-3】DDF の安定性	26
【4-2】目標物の運動変化に対する補正	27
【4-2-1】不確かさと外乱推定のための拡張 High-Gain Observer（HGO）	27
【4-2-2】拡張 High-Gain Observer（HGO）の安定性	28

【4-3】最適誘導則への DDF と拡張 HGO の適用	29
【第 5 章】数値シミュレーション	30
【5-1】ブラインド距離	30
【5-2】無誘導期間.....	30
【5-3】ブーストフェーズ	30
【5-3-1】 $\Gamma = 30\text{deg}$ の場合.....	34
【5-3-2】 $\Gamma = 60\text{deg}$ の場合.....	38
【5-3-3】 $\Gamma = 90\text{deg}$ の場合.....	41
【5-3-4】 $\Gamma = 120\text{deg}$ の場合	45
【5-3-5】 $\Gamma = 150\text{deg}$ の場合	48
【5-4】ミッドコース・ターミナルフェーズ	53
【5-4-1】 $\Gamma = 0\text{deg}$ かつ目標物体が一定横加速度で運動する場合.....	54
【5-4-2】 $\Gamma = 0\text{deg}$ かつ目標物体がウィービング運動する場合	60
【5-4-3】 $\Gamma = 90\text{deg}$ かつ一定横加速度で運動する場合	65
【5-4-4】 $\Gamma = 90\text{deg}$ かつ目標物体がウィービング運動する場合	70
【5-4-5】 $\Gamma = 135\text{deg}$ かつ一定横加速度で運動する場合	75
【5-4-6】 $\Gamma = 135\text{deg}$ かつ目標物体がウィービング運動する場合	80
【5-5】観測誤差に対するミスディスタンスの特性.....	84
【第 6 章】結 論	89
【補遺 1】非線形計画問題.....	92
【補遺 2】カルマンフィルタ	93
【A2-1】カルマンフィルタによる UDT の推定.....	93
【補遺 3】最小二乗法による比較.....	94
【補遺 4】リード角への対応	96
謝 辞	102
【参考文献】	103

図の目次

Fig. 2-1	飛翔体と目標物体の幾何学的位置関係	7
Fig. 2-2	飛翔体の飛行フェーズ	8
Fig. 2-3	空力係数 vs Mach Number	9
Fig. 2-4	誘導則切り替えの概略図	10
Fig. 3-1	PPN の幾何学的位置関係	12
Fig. 3-2	Head-on と Tail-chase	13
Fig. 3-3	定方位航法の幾何学的位置関係	13
Fig. 3-4	線形化した会合モデルの幾何学的位置関係	15
Fig. 3-5	会合三角形	17
Fig. 3-6	飛翔体と目標物体の軌道	21
Fig. 3-7	横加速度の時間履歴	21
Fig. 3-8	速度の時間履歴	21
Fig. 3-9	抗力の時間履歴	21
Fig. 3-10	飛翔体と目標物体の軌道	22
Fig. 3-11	横加速度の時間履歴	22
Fig. 3-12	速度の時間履歴	22
Fig. 3-13	抗力の時間履歴	22
Fig. 5-1	飛翔体の初期発射位置の概略図	30
Fig. 5-2	$B2$ (改良型 Modified PN のゲイン係数)	32
Fig. 5-3	$B3$ (改良型 Modified PN のゲイン係数)	33
Fig. 5-4	飛翔体と目標物体の軌道	34
Fig. 5-5	指令横加速度と横加速度の時間履歴	34
Fig. 5-6	$\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴	35
Fig. 5-7	速度の時間履歴	35
Fig. 5-8	抗力の時間履歴	36
Fig. 5-9	揚力係数の時間履歴	36
Fig. 5-10	飛翔体と目標物体の軌道	38
Fig. 5-11	指令横加速度と横加速度の時間履歴	38
Fig. 5-12	$\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴	39
Fig. 5-13	速度の時間履歴	39
Fig. 5-14	抗力の時間履歴	40
Fig. 5-15	揚力係数の時間履歴	40

Fig. 5-16	飛翔体と目標物体の軌道	41
Fig. 5-17	指令横加速度と横加速度の時間履歴.....	42
Fig. 5-18	$\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴	42
Fig. 5-19	速度の時間履歴.....	43
Fig. 5-20	抗力の時間履歴.....	43
Fig. 5-21	揚力係数の時間履歴	44
Fig. 5-22	飛翔体と目標物体の軌道	45
Fig. 5-23	指令横加速度と横加速度の時間履歴.....	45
Fig. 5-24	$\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴	46
Fig. 5-25	速度の時間履歴.....	46
Fig. 5-26	抗力の時間履歴.....	47
Fig. 5-27	揚力係数の時間履歴	47
Fig. 5-28	飛翔体と目標物体の軌道	48
Fig. 5-29	指令横加速度と横加速度の時間履歴.....	49
Fig. 5-30	$\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴	49
Fig. 5-31	速度の時間履歴.....	50
Fig. 5-32	抗力の時間履歴.....	50
Fig. 5-33	揚力係数の時間履歴	51
Fig. 5-34	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)	54
Fig. 5-35	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)	55
Fig. 5-36	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)	55
Fig. 5-37	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)	56
Fig. 5-38	横加速度の時間履歴	56
Fig. 5-39	指令横加速度と横加速度の比較	57
Fig. 5-40	LOS レートの時間履歴	57
Fig. 5-41	UDT 推定の時間履歴	58
Fig. 5-42	時定数推定の時間履歴	58
Fig. 5-43	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)	60
Fig. 5-44	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)	60
Fig. 5-45	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)	61
Fig. 5-46	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)	61
Fig. 5-47	横加速度の時間履歴	62
Fig. 5-48	指令横加速度と横加速度の比較	62
Fig. 5-49	LOS レートの時間履歴	63

Fig. 5-50	UDT 推定の時間履歴	63
Fig. 5-51	時定数推定の時間履歴	64
Fig. 5-52	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)	65
Fig. 5-53	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)	65
Fig. 5-54	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)	66
Fig. 5-55	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)	66
Fig. 5-56	横加速度の時間履歴	67
Fig. 5-57	指令横加速度と横加速度の比較	67
Fig. 5-58	LOS レートの時間履歴	68
Fig. 5-59	UDT 推定の時間履歴	68
Fig. 5-60	時定数推定の時間履歴	69
Fig. 5-61	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)	70
Fig. 5-62	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)	70
Fig. 5-63	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)	71
Fig. 5-64	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)	71
Fig. 5-65	横加速度の時間履歴	72
Fig. 5-66	指令横加速度と横加速度の比較	72
Fig. 5-67	LOS レートの時間履歴	73
Fig. 5-68	UDT 推定の時間履歴	73
Fig. 5-69	時定数推定の時間履歴	74
Fig. 5-70	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)	75
Fig. 5-71	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)	75
Fig. 5-72	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)	76
Fig. 5-73	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)	76
Fig. 5-74	横加速度の時間履歴	77
Fig. 5-75	指令横加速度と横加速度の比較	77
Fig. 5-76	LOS レートの時間履歴	78
Fig. 5-77	UDT 推定の時間履歴	78
Fig. 5-78	時定数推定の時間履歴	79
Fig. 5-79	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)	80
Fig. 5-80	飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)	80
Fig. 5-81	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)	81
Fig. 5-82	飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)	81
Fig. 5-83	横加速度の時間履歴	82

Fig. 5-84	指令横加速度と横加速度の比較	82
Fig. 5-85	LOS レートの時間履歴	83
Fig. 5-86	UDT 推定の時間履歴	83
Fig. 5-87	時定数推定の時間履歴	84
Fig. 5-88	$\Gamma = 0\text{deg}$, $R = 4000\text{m}$, 目標物体：一定横加速度による運動.....	85
Fig. 5-89	$\Gamma = 0\text{deg}$, $R = 4000\text{m}$, 目標物体：ウィービング運動	85
Fig. 5-90	$\Gamma = 90\text{deg}$, $R = 4000\text{m}$, 目標物体：一定横加速度による運動	86
Fig. 5-91	$\Gamma = 90\text{deg}$, $R = 4000\text{m}$, 目標物体：ウィービング運動	86
Fig. 5-92	$\Gamma = 135\text{deg}$, $R = 4000\text{m}$, 目標物体：一定横加速度による運動.....	87
Fig. 5-93	$\Gamma = 135\text{deg}$, $R = 4000\text{m}$, 目標物体：ウィービング運動	87
Fig. A3-1	β_2, β_2' vs tgo	94
Fig. A3-2	tgo for β_2, β_2' vs real tgo	94
Fig. A4-1	B_2 (改良型 Modified PN のゲイン係数)	96
Fig. A4-2	B_3 (改良型 Modified PN のゲイン係数)	97
Fig. A4-3	飛翔体と目標物体の軌道	98
Fig. A4-4	指令横加速度と横加速度の時間履歴	98
Fig. A4-5	$\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴	99
Fig. A4-6	速度の時間履歴	99
Fig. A4-7	抗力の時間履歴	100
Fig. A4-8	揚力係数の時間履歴	100

表の目次

Table 3-1	最適化計算の境界条件	20
Table 3-2	初期条件と設計パラメータ	21
Table 5-1	初期条件と設計パラメータ	31
Table 5-2	揚力係数の二乗時間積分値	51
Table 5-3	初期条件と設計パラメータ	53
Table 5-4	カルマンフィルタの設計パラメータ	54

【第 1 章】序論

【1-1】研究背景・目的

近年、無人航空機の運用が盛んに行われている。無人航空機には様々な種類が存在し、ドローンに代表されるような低速域での運用が想定されるもの^[1]から航空機に代表される高速域での運用が想定されるもの^[2]まで多岐にわたる。更に、飛翔体に代表されるような無人機は、一定の速度帯のみでの運用に限定されることなく、低速域から高速域の幅広い速度域で運用が可能である。飛翔体は、そうした特性を有することから多岐にわたる運用環境での利用が可能であり、旅客機の巡航速度付近で飛行するものから宇宙空間での運用が想定される超高速のものまで様々な種類が存在する^{[3][4]}。従って、様々な用途に用いることができる飛翔体の誘導を研究することは、多くのミッション達成に大きく貢献するものである^[5]。そこで、本研究では、飛翔体の誘導精度向上に寄与する要因に着目した。

飛翔体の誘導則として、比例航法（Proportional Navigation : PN）が非常に有名である。PN は、大航海時代に船舶と船舶が衝突を避ける方法として用いていた慣習をヒントに考案された誘導則ではあるが、実際に飛翔体の誘導則としての運用が成功したのは約半世紀後の 1950 年になってからである^{[6][7]}。その後、PN は 70 年以上も飛翔体を始めとした様々な移動物体の誘導則として研究が重ねられ、現在では、PN の概念を応用した誘導則は航空分野での研究^[8]に留まらず、自動車や船舶の自動運転・操縦^{[9][10]}など、陸上や海上での運用方法としても研究されている。更に、人工衛星の会合のための誘導法^[11]や、月面着陸の際に用いる終末誘導法^[12]などとして宇宙分野でも広く研究されている。

PN には多くの派生型が存在するが、目視線（Line-of-Sight : LOS）の角速度（LOS レート）情報を用いるという点に関して共通している。また、PN は、LOS レートと共に目標物体との接近速度情報、若しくは飛翔体自身の速度情報を用いるが、LOS レートや接近速度情報はシーカーやレーダーといった機器によって比較的簡単に取得できる。PN は大きく接近速度情報を基準として指令横加速度を与えるもの（True PN）^{[13][14][15][16][17]}と飛翔体の速度情報を基準として指令横加速度を与えるもの（Pure PN）^{[16][17][18]}に分類される。前者の最大の利点として、解析解が得やすいことが挙げられる。そのため、True PN に関する研究は多く行われている^{[13][14][15]}。一方で True PN には、目標物体との距離が離れている場合、正確な接近速度情報の取得が困難であること、指令横加速度を LOS に直交する方向に与えなければならない制約があることから、実際に飛翔体へ実装するには解決しなければならない問題点が存在する^[16]。

初期 LOS に対して線形化近似ができる場合、True PN の指令横加速度を近似的に飛翔体の速度方向に直交する向きと考えることができる。また、のちに示す ZEM（Zero-Effort-Miss）^[19]の考えを応用することで True PN を発展させた拡張比例航法^[19]や速度変化が LOS に与える影響を補正した補正比例航法^[20]、速度補正比例航法^[21]などが考案された。True PN において、ゲインを 3 とした誘導則が、一定条件下（速度一定、システムの遅れなし等）で指令横加速度の二乗時間積分を最小とする最適解と一致することが証明されたことは、PN を有名にした理由の一翼を担っている^{[19][22]}。

Pure PN は、速度方向に直交する指令横加速度を与えるため、飛翔体システムへの実装が比較的容易という利点がある。従って、飛翔体を運用する際に多く用いられてきた。一方で、Pure PN は、誘導則のゲインが一定の条件を満たさない限り指令横加速度の二乗時間積分を最小とする解析解を得られないという欠点がある^{[16][17]}。

飛翔体誘導において、評価関数として指令横加速度の二乗時間積分がよく用いられる。この理由は、飛翔体のように高速での運用が想定される場合、横加速度によって発生する誘導抵抗が大きくなるからで

ある．誘導抵抗による速度の減少は，動圧が失われるため空力操舵を想定した飛翔体の機動性能の低下に直結する．そうした理由から，指令横加速度の二乗時間積分を最小とする誘導に関する研究は多い．指令横加速度の二乗時間積分を最小とする飛行とは，直線軌道に極力近づけた軌道を実現する飛行と言い換えることができる．目標物体の運動を除けば，PN による飛翔体誘導の中で，特に軌道に大きく影響を与える要素として速度方向の加速が挙げられる．飛翔体は，通常，地上に固定された発射機，または，航空機から発射され，初速の有無にかかわらずロケットモーターで急激に加速される．速度変化が激しい場合，PN による誘導は LOS レートを 0 に保とうとするため，速度変化の大きさに比例して軌道を大きく蛇行させる．これは，減速の場合でも同じである．軌道の蛇行は，誘導抵抗の発生につながり会合直前で速度を極力維持し，動圧による高い機動性能を保持したい飛翔体にとっては大きな問題となる．この問題に対して，馬場らは，飛翔体の速度方向の加速度を補正し，直線軌道へ誘導する横加速度を飛翔体を与えることによって，誘導抵抗を減らす方法（修正比例航法：Modified PN）を提案した^{[23][24][25]}．また，Cho らは飛翔体の経路角の変化が 0 と近似できる範囲で速度方向の加速度を一定とした会合問題を解き，指令横加速度の二乗時間積分を最小とする解析解を求めることによって，誘導抵抗を最小とする誘導則を提案した^[26]．しかし，提案された Modified PN や Cho らの解析解から得られる誘導則は，飛翔体の速度方向の加速度を一定と仮定しており，更に，Cho らの解析解は飛行経路角の変化が 0 と近似できる範囲に限定されている．飛翔体の加速度は，その形状とロケットモーターの性能からある程度予測することはできるが，実際には速度帯によって異なる空気力，横加速度による誘導抵抗，質量変化が複雑に影響しあうため，正確な予測は困難である．従って，飛翔体の速度方向の加速度を定数で近似した場合，無視できないほどの影響を飛翔体の誘導系に与える可能性がある．また，従来の Modified PN では，最適性に関する議論はされていない．

最適解を得るための手段としては，支配方程式を解析的に解く手法^[26]がある．しかし，解析解を得られるケースはごくわずかである．解析的に最適解を得られない場合，近似が可能な範囲で解析的に解ける支配方程式への置き換えを行うことによって，準最適解を得る手法も存在する^[19]．しかし，一般的に飛翔体の運動には複雑な支配方程式が存在し，解析的に最適解を得ることは不可能である．

近年，計算機の技術革新に伴い，処理能力が大幅に向上したため，解析的に解くことが困難な問題に対してアプローチが可能となった．一方で，処理能力の高い計算機を用いた場合でも，初期解を妥当な値に設定できていない場合に解が収束しないことがある．また，解を収束させられる場合でも，計算機での処理には繰り返し計算がある程度必要となるため，空気抵抗や外乱，質量変化などを考慮して，支配方程式が複雑化するほど計算負荷がかかり，解を導き出すために必要な計算時間が増加する．最適解導出までの時間がかかるということは，実時間での運用が困難であることを意味する．得られた最適解とその連続性を利用し，初期解と最適解を近づけることによって計算負荷を減らす手法も考案されている^{[27][28][29]}が，問題をうまく設定する必要がある．解が収束しない問題も存在する．

本研究では，まず，上に述べた Modified PN の問題点と最適化計算に計算負荷がかかることに着目した．そして，従来の Modified PN で考慮していなかった複雑な空気抵抗や質量変化の影響を考慮した支配方程式の下，最適化計算から得られる軌道を実現するための指令横加速度を導出する．また，従来，一定と仮定していた速度方向の加速度を t_{go} （time-to-go）に関して拡張し，最適軌道を実現する Modified PN のゲイン（Pure PN と PPN の混合比）決定方法を提案する．更に，飛翔体と目標物体の相対位置に応じたゲインを決定するパラメータを予め算出し，テーブルデータとして利用することにより，計算負荷を減らし実時間での飛翔体誘導に悪影響を与えない工夫を行った．

飛翔体の誘導精度を劣化させる自身の動特性に起因する要因として、システムの時定数変動による誤差が挙げられる。通常、システムの時定数は使用する環境や機体特性（重量や慣性モーメント等）や性能（アクチュエータやロケットモーター等）を考慮してシステム設計の段階で決定され、旅客機のような大型の航空機では殆ど変化しない。また、時定数が変化する場合でも、多少であれば変化を見越した平均値を設定することで、真値との大きな誤差を防げるため、誘導系に大きな影響を与えることはない。一方で、本研究で着目した飛翔体は大型の航空機と比較して高速域での運用が想定され、時定数変動による誤差は速度に比例して誘導系に影響を及ぼすことが考えられる。更に、飛翔体はその機体重量の多くをロケットモーターの推進剤が占めている。従って飛行時間の経過とともに機体重量は減少し、機体の慣性モーメントを変化させ、システム全体としての時定数の変化を助長する。特に、ブーストフェーズ終了時は飛行開始時と比較して大きな質量変化があり、目標物体との目視線距離も近づくため、時定数変動による誤差が誘導系に与える影響は大きくなることが考えられる。しかし、時定数の推定に関する研究は殆どされていない。そこで、本研究ではその点に着目し、システムの時定数推定器を提案し、誘導則に組み込むことにより誘導精度の向上を図る。

会合問題で誘導精度を劣化させる飛翔体側の動特性に起因する要因とその改善のアプローチについて先に述べたが、会合精度の劣化には目標物体との相対的な動特性変動が与える影響も大きい。会合精度を劣化させる大きな要因として、目標物体の予測できない運動や外乱項（Uncertainty and Disturbance Term：UDT）が挙げられる。K. Y. Toumi らは Time Delay Control（TDC）を用いた離散的手法を UDT に対して適応する方法^{[30][31]}を提案した。TDC は、過去の UDT の情報を用いて制御入力を修正するため、従来の方法のようにゲインの調整が不要となった。TDC はその後、広く研究され^[32]、実用化されてきた^{[33][34][35]}。しかし、TDC にはフィードバックに全ての状態量を必要とするため、実装には厳しい制約が伴い、更に、制御入力に常に振動が生じてしまい、解析的な安定性を保証できないという欠点があった。また、Zhong は仮想のローパスフィルタを用いることによって TDC を用いない推定器を提案し、制御入力の振動抑制や安定性の保証を行った^[36]。

UDT の補償器を用いた飛翔体の誘導法としては、Phadke らのスライディングモード^[37]を適用し、慣性遅れ制御（Inertial Delay Control：IDC）を用いて UDT を補償する方法が挙げられる^[38]。また、山崎らはこの方法を発展させ、会合角度指定条件下での誘導法へと発展させた^[39]。一方で、スライディングモードと IDC による外乱補償器は、LOS レートの誤差の無い測定を前提としており、システムの時定数に関しては考慮していない。しかし、実際には LOS レート情報には、観測ノイズが含まれ、更に、軌道の最適性を考慮した場合、システムの時定数を推定することが必要となり、飛翔体の誘導則に用いるにはそれらの問題点を取り除く必要がある。

本研究では、上記の通り会合問題の精度劣化の要因である飛翔体側の『速度方向の複雑な加速』、『システムの時定数変動』と目標物体との相対的な動特性変動に起因する『UDT』に着目し、それらを補償する方法を提案し、数値シミュレーションによってその有効性の検証を行う。

【1-2】論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。まず、第2章で飛翔体の支配方程式について述べ、第3章にて従来の誘導則について説明し、従来の Modified PN と最適化計算結果の比較を行うことにより、問題点に関して述べる。第4章では、提案する改良型 Modified PN、システムの時定数推定器 (Difference-Driven Filter : DDF) と UDT の推定器 (拡張 High Gain Observer : HGO) の導出方法と適用方法について説明し、第5章で提案する3つの方法の有効性を確認するための代表的な数値シミュレーション結果について紹介する。そして、最後に第6章で結論を述べる。

【1-3】記 号

本論文で用いる主な記号を以下に示す.

a_c	=	飛翔体の指令横加速度
a_m	=	飛翔体の横加速度
a_t	=	目標物体の横加速度
B_1, B_2, B_3	=	改良型 Modified PN の設計パラメータ
C_D	=	抗力係数
C_{D0}	=	零揚力抗力係数
C_L	=	揚力係数
D	=	抗力
g	=	重力加速度
h	=	不確かさ・外乱項 (Uncertainty and Disturbance Term : UDT)
h_1, h_2	=	Difference-Driven Filter : DDF のゲイン
I_{SP}	=	比推力
L	=	揚力
m	=	質量
N	=	航法定数
N'	=	有効航法定数
R	=	目視線距離
S	=	飛翔体の断面積の最大値
t	=	時間
T	=	推力
t_f	=	目標物体と飛翔体の会合時刻
t_{go}	=	目標物体と飛翔体が会合するまでの時間 : time-to-go
V_c	=	接近速度
V_m	=	飛翔体の速度
V_t	=	目標物体の速度
ZEM	=	無誘導でのミスディスタンス : Zero-Effort-Miss
α	=	Modified PN での速度方向への加速度
α_1	=	Difference-Driven Filter : DDF の設計値
β_1	=	Modified PN のゲイン
β_2	=	改良型 Modified PN のゲイン
β'_2	=	最適化計算から得られる Modified PN のゲイン
γ_m	=	飛翔体の飛行経路角
γ_t	=	目標物体の飛行経路角
ε	=	拡張 High-Gain-Observer : HGO の調整ゲイン
ε_t	=	DDF の調整ゲイン
ζ	=	DDF の減衰係数
κ	=	誘導抵抗に関する係数

λ	=	目視線（Line-Of-Sight : LOS）角
ρ	=	空気密度
σ	=	LOS 角速度
τ_m	=	飛翔体の時定数
ω	=	目標物体のウィービング運動時の周期
ω_f	=	HGO のカットオフ周波数

添え字

0	=	初期値
($\dot{}$)	=	時間微分
($\hat{}$)	=	推定値
($\tilde{}$)	=	偏差
m	=	飛翔体
t	=	目標物体

【第2章】会合問題の概要

飛翔体と目標物体間の支配方程式を導出する。

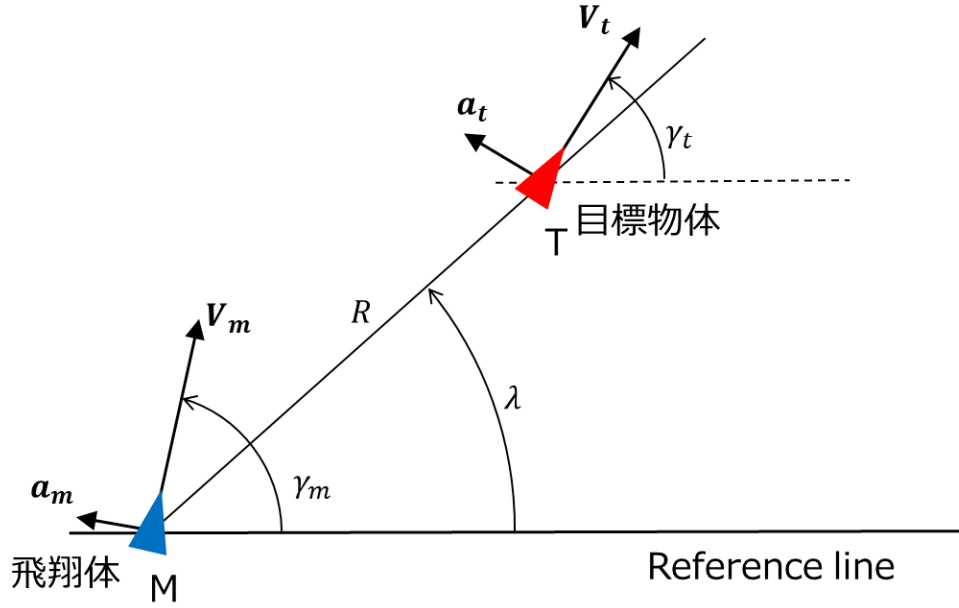


Fig. 2-1 飛翔体と目標物体の幾何学的位置関係

Fig. 2-1 に飛翔体と目標物体の幾何学的位置関係を示す。MとTで示す三角形はそれぞれ飛翔体と目標物体である。また、速度を V 、横加速度を a 、経路角を γ とし、添え字の m 、 t はそれぞれ飛翔体と目標物体を示す。更に目視線距離とLOS角をそれぞれ R 、 λ とし、 (\cdot) はそれぞれの値の時間微分を示す。

【2-1】会合問題と支配方程式

この節では、飛翔体と目標物体の会合問題における支配方程式を導出する^{[40][41]}。Fig. 2-2 に飛翔体の飛行フェーズ推移の模式図を示す。一般に、中・長航続距離をもつ飛翔体は、初速を有する場合 ($V_{m0} \neq 0$)、有しない場合 ($V_{m0} = 0$) 共にブーストフェーズ、ミッドコースフェーズ、ターミナルフェーズの3つのフェーズを有する。本研究においても3つのフェーズを有する飛翔体を対象としている。

飛翔体と目標物体間の目視線距離とLOS角に関する支配方程式は以下のように表すことができる。ただし、目標物体の速度は V_t で一定であるとする。

$$\dot{R} = V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda) \quad (2.1)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{R} \{V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)\} \quad (2.2)$$

$$\dot{\gamma}_m = a_m / V_m \quad (2.3)$$

$$\dot{\gamma}_t = a_t / V_t \quad (2.4)$$

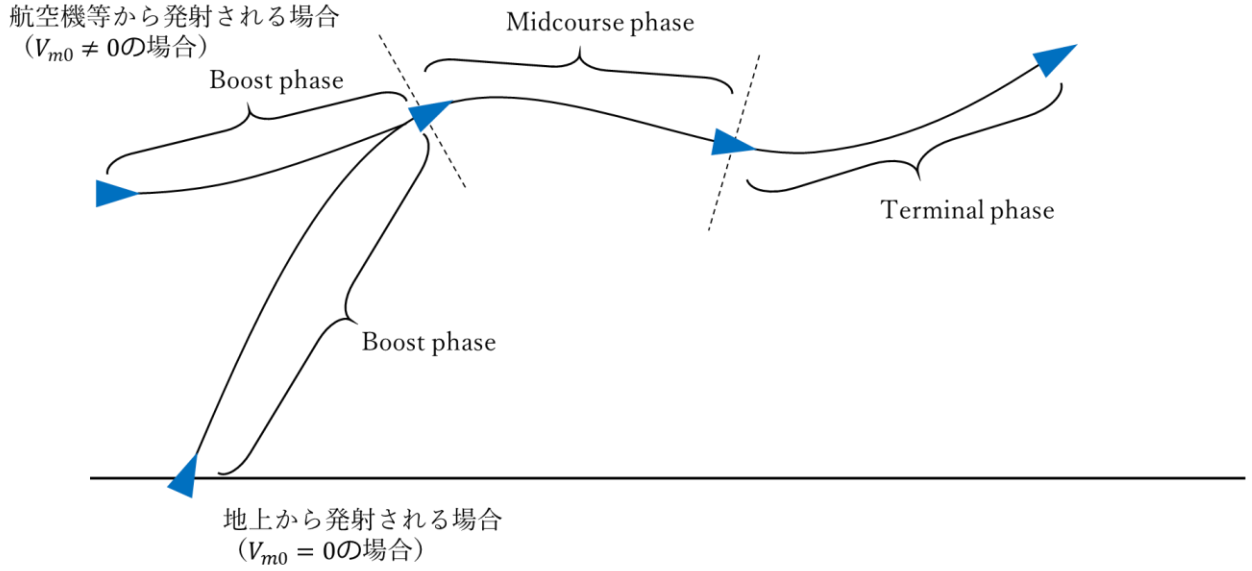


Fig. 2-2 飛翔体の飛行フェーズ

また、飛翔体の横加速度とその指令値の動特性が一次遅れ系で近似できるとき

$$\dot{a}_m = \frac{a_c - a_m}{\tau_m} \quad (2.5)$$

と表すことができる。ここで、 a_c 、 a_m は、飛翔体の横加速度の指令値と出力値をそれぞれ示し、 τ_m は一次遅れで近似したシステムの時定数とする。次に、本研究における各フェーズでの飛翔体の運動について説明する。

【2-1-1】初期誘導期間（ブーストフェーズ）

ブーストフェーズは、全フェーズのうち発射直後からミッドコースフェーズに入るまでの最初の期間を指す。一般に飛翔体はブーストフェーズにてロケットモーターで激しく加速される。本研究においては、航空機から切り離される飛翔体を研究の対象としており、飛翔体はある程度の初速を有している場合を想定している。切り離し後、飛翔体はロケットモーターによる推力と空気力による抵抗、飛翔体自身の質量変化によって運動量が変化する^[42]。それらを考慮した速度方向の加速度と質量の変化率は以下のように表すことができる。

$$\dot{V}_m = \frac{T - D}{m} \quad (2.6)$$

$$\dot{m} = \frac{-T}{gI_{SP}} \quad (2.7)$$

ここで、 T 、 D 、 g 、 I_{SP} は、それぞれ推力、抗力、重力加速度、比推力を示し、更に T と D は

$$T = m_0 g C_T \quad (2.8)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_m^2 S C_D \quad (2.9)$$

$$C_D = C_{D0} + \kappa C_L^2 \quad (2.10)$$

で得られる。 m_0 、 C_T 、 ρ 、 S 、 C_D 、 C_{D0} 、 κ 、 C_L は、飛翔体の初期質量、推力係数、空気密度、基準面積（飛翔体の場合、最大断面積）、抗力係数、零揚力抗力係数、誘導抵抗の係数、揚力係数をそれぞれ示す。なお、飛翔体に働く揚力 L は

$$L = \frac{1}{2} \rho V_m^2 S C_L \quad (2.11)$$

で表され、 L と a_m には

$$a_m = \frac{L}{m} \quad (2.12)$$

の関係が成り立つ．空気力に関連する C_{D0} 、 κ は Fig. 2-3 に示すマッハ数の関数とした^{[19][43][44]}．

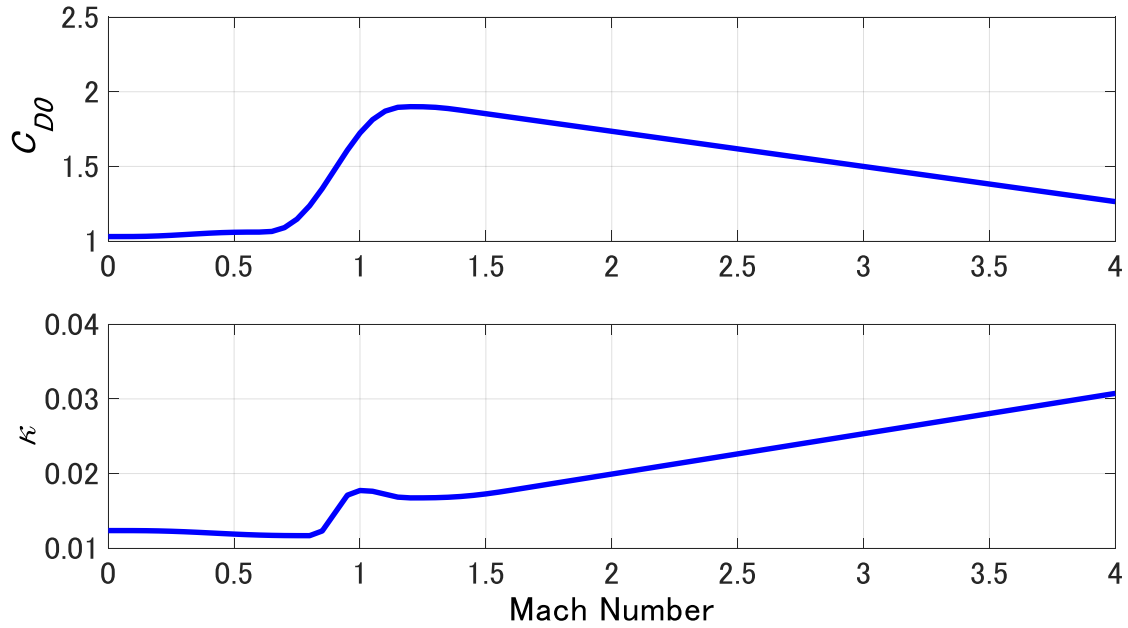


Fig. 2-3 空力係数 vs Mach Number

なお、飛翔体にはその運用環境から重力加速度と比較して大きな加速度が発生する．従って、本研究において重力加速度の影響は、飛翔体の発生させる加速度に比べて十分に小さいものとする．

【2-1-2】中期誘導期間（ミッドコースフェーズ）

ミッドコースフェーズはブーストフェーズでの加速終了後、ターミナルフェーズ開始までの期間を指す．航続距離の短い飛翔体の場合は、ブーストフェーズで推進剤を使い切り、ミッドコースフェーズを挟まずにターミナルフェーズに移行するものも存在する．一方で、航続距離が長い飛翔体の場合、ブーストフェーズでの加速後、速度を維持する機構（サステナ等）を用いてミッドコースフェーズを経て、ターミナルフェーズへ移行するものも存在する．そういった種類の飛翔体は、速度を保持しながら飛行する．本研究では後者の飛翔体を想定しており、ブーストフェーズ終了後、加減速はせず、飛翔体は速力を維持できるものとする．従って、速度変化は以下の式で表される．

$$\dot{V}_m = 0 \quad (2.13)$$

一般的にミッドコースフェーズとは、比較的長い距離を巡行する期間を指すが、本研究では便宜上、後に示す誘導則の切り替えを行う期間（無誘導期間）をミッドコースフェーズと定義する．

【2-1-3】終末誘導期間（ターミナルフェーズ）

ブーストフェーズ後、もしくはミッドコースフェーズ後の終末期間をターミナルフェーズと呼ぶ．ターミナルフェーズは必ずしもロケットモーター推進剤を使い果たした（バーンアウト）後を指さず、飛翔

体が目標物体へある程度近づき、終末誘導に入った後の期間を指す。本研究では、ミッドコースフェーズにおける切り替えを行った後の期間をターミナルフェーズと定義する。

なお、本研究において飛翔体は、ミッドコースフェーズと同様にターミナルフェーズでも速度を保持できるだけの推進剤を有していると仮定しており、速度変化は式(2.13)の通りとする。

【2-2】飛翔体誘導の概要

ここでは、提案する誘導法の概要について説明する。本研究で用いる誘導則は、大きく2つに分類することができる。一つ目の誘導則は、比較的遠距離から目標物体の定常飛行を想定した提案誘導則による誘導である。目標物体との目視線距離が比較的離れている場合、目標物体の運動がLOSレートや目視線距離、相対速度に与える影響は少ないと考えられる。従って、目標物体との目視線距離が離れている場合は、目標物体の定常飛行を想定し、誘導抵抗を極力発生させずに速度を維持する飛行を後に示す提案誘導則によって行う。

2つ目の誘導則は比較的近距离から目標物体の運動を考慮した誘導則である。目標物体は必ずしも定常飛行や協力的な飛行を行う保証はなく、目視線距離が近づき、目標物体の運動がLOSレート、目視線距離、相対速度に与える影響が大きくなった場合は、それらを補正した誘導が必要となる。本研究ではその誘導則として、一定横加速度で運動する目標物体に対する一次遅れ系の最適誘導則を用い、後に示す目標物体のUDTや時定数変動による誤差を補正する手法を用いる。Fig. 2-4に誘導則の切り替えに関する概略図を示す。

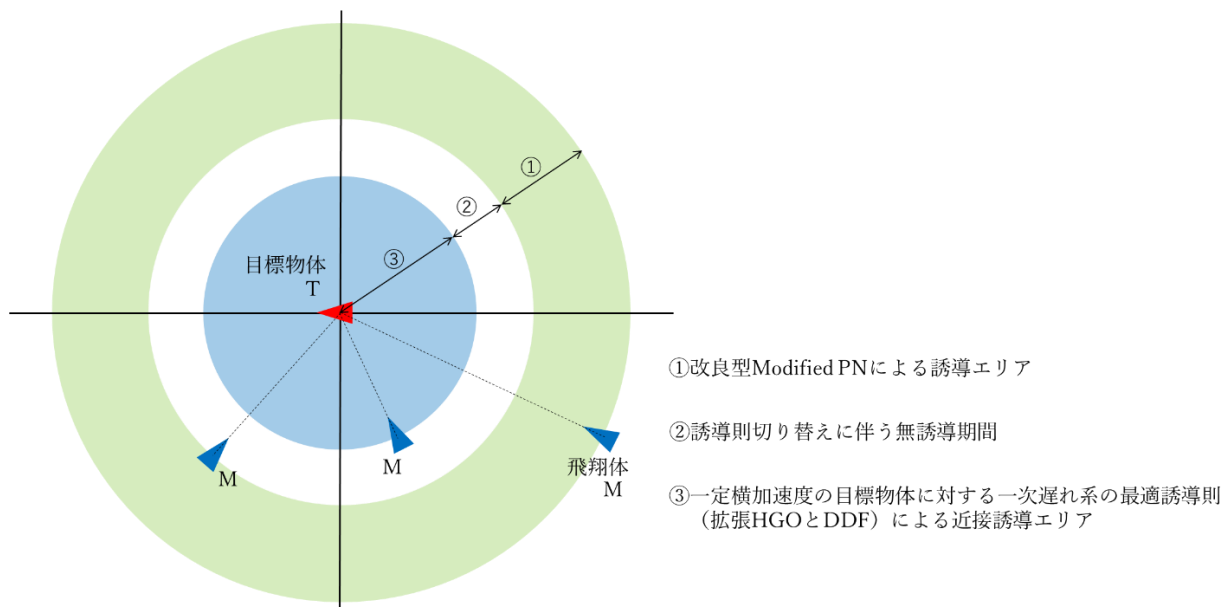


Fig. 2-4 誘導則切り替えの概略図

Fig. 2-4の①は提案する改良型 Modified PN による誘導を行うエリア、②は誘導則切り替えに伴う無誘導で飛行するエリア、③は一定横加速度の目標物体に対する一次遅れ系の最適誘導則に拡張 HGO と DDF を施した近接誘導を行うエリアをそれぞれ示す。なお、誘導則切り替えによる指令横加速度の不連続が誘導性能に与える影響を局限するために②に示す無誘導期間を設定しており、0.5[s]と設計している。また、本研究では後に示すブラインド距離を $R_{\min} = 100[\text{m}]$ としている。誘導則を切り替える場合は『目標

物体からの距離が $R_{\min} + ②$ のエリアで飛行する距離』よりも遠方で誘導則の切り替えを行う必要がある．
なお，本研究において誘導則の切り替えは目標物体の運動変化を感知した時点で行うものとし，数値シミュレーション結果はそれぞれ個別に行う．

【第3章】従来の誘導則

飛翔体の誘導則は1940年代半ばから研究され、これまでに様々な誘導則が考案されてきた。この章では、本研究において提案する誘導則導出に関連した誘導則について説明する。

【3-1】単純追尾航法（Pure Pursuit Navigation : PPN）

この節では飛翔体を目標物体に向けて誘導する際の最も単純な誘導則である単純追尾航法（PPN）に関して述べる。PPNで誘導した際の飛翔体と目標物体の軌道の概略図をFig. 3-1に示す。青い三角形は飛翔体、赤い三角形は目標物体をそれぞれ示す。PPNは、飛翔体を目標物体の現在の位置に向けて誘導する方法であり、自然界でも捕食動物が獲物を追いかける際にこの方法をよく用いる。PPNは言い換えるならば、飛翔体の速度ベクトルの向きをLOS方向に常に一致させる誘導則であり、その軌道はFig. 3-1に示すように目標物体の後ろに回り込むように大きく湾曲する。PPNの指令横加速度の大きさは

$$a_{c(\text{PPN})} = K(\lambda - \gamma_m)V_m \quad (3.1)$$

と表すことができる。ここで、 K は誘導則のゲインを示す。

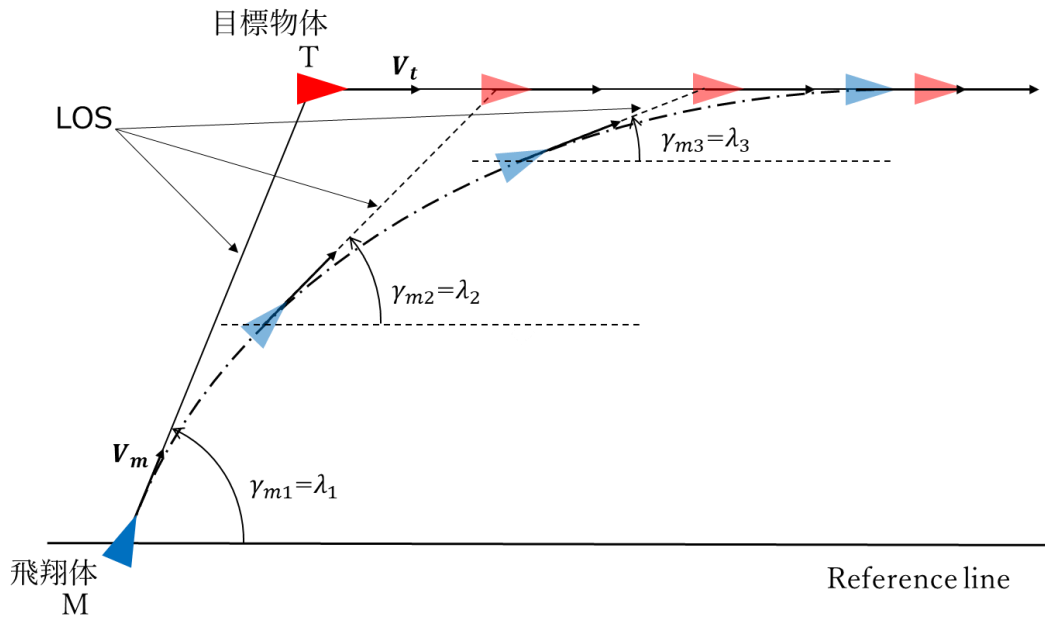


Fig. 3-1 PPNの幾何学的位置関係

次に、次節以降で説明する誘導則導出のために、PPNをベクトルの形式で書き換える。PPNの指令横加速度はFig. 3-1に示されるベクトルを用いて

$$a_{c(\text{PPN})} = K' \frac{(V_m \times R) \times V_m}{V_m R} \quad (3.2)$$

と表す。ここで、

$$K = K' \frac{R}{V_m} \quad (3.3)$$

とおくと式(3.2)は

$$a_{c(\text{PPN})} = K \frac{(V_m \times R) \times V_m}{R^2} \quad (3.4)$$

となる。

PPNによる誘導では、飛翔体が目標物体の真正面（Head-on）、若しくは真後ろ（Tail-chase）に位置して

いる場合 (Fig. 3-2) を除き、飛翔体は会合までの間、常に旋回し続ける必要がある。旋回には横加速度を発生させる必要があり、旋回し続けることは誘導抵抗を発生させ続ける飛行となることを意味する。更に、PPN で飛翔体を誘導した場合、目標物体との速度比が 1.5 を超えると、飛翔体の横加速度は LOS 角が 0 に近づくに従って無限大に発散してしまう問題点がある。

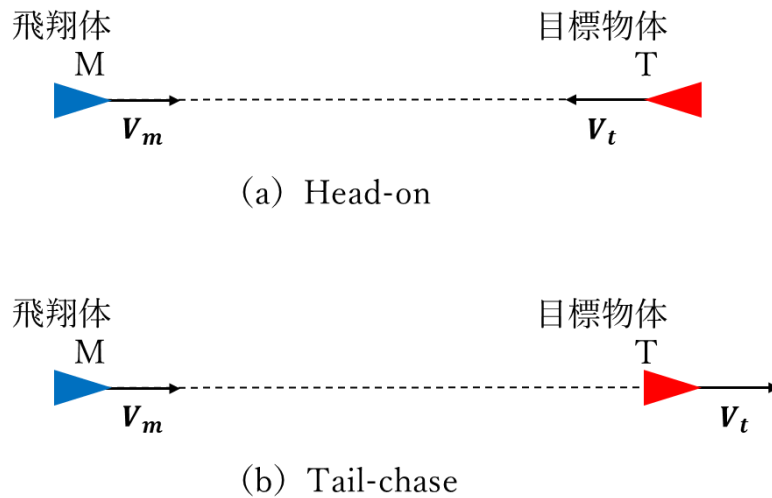


Fig. 3-2 Head-on と Tail-chase

【3-2】定方位航法 (Constant Bearing Navigation : CBN)

PPN は、横加速度を発生させ続ける誘導法であり、横加速度には誘導抵抗が伴うため、速度の減少につながる。一方で、リード角を適切に設定した場合、飛翔体には横加速度を使用せず直線軌道で会合できる角度が存在する。このことを利用した CBN がある。CBN は、飛翔体と目標物体の経路角、相対位置及び速度情報から直線軌道での会合点を予測し、会合点へ向けて直線的に誘導する方法である。直線軌道の飛行は、横加速度による誘導抵抗を発生させない飛行であり、理論上、会合直前での速度を最大（会合までの誘導抵抗を最小）とする飛行である。

Fig. 3-3 に定方位航法で飛翔体を誘導した場合の幾何学的位置関係を示す。

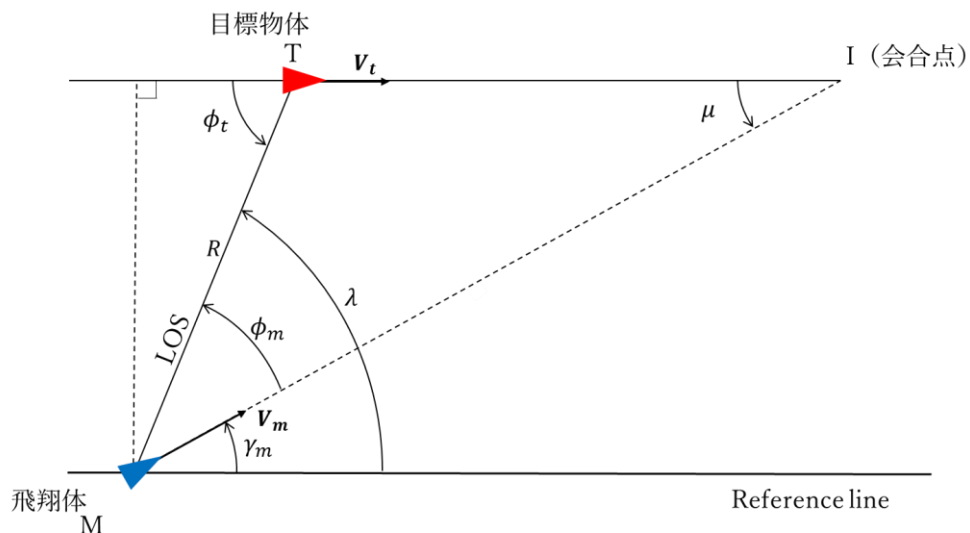


Fig. 3-3 定方位航法の幾何学的位置関係

飛翔体と目標物体の運動に変化がない場合、両者は予測会合点である点 I で会合する。定方位航法では、両者の速度一定という条件の下、Fig. 3-3 に示した目標物体と飛翔体の相対的位置関係、速度情報からリード角 ϕ_m を求める。リード角 ϕ_m を求めるため予測会合点 I と現時刻から会合するまでの時間（time-to-go: t_{go} ）を算出する。それらの情報から会合三角形 MTI に余弦定理を用いることによって、

$$\phi_m = \cos^{-1} \left\{ \frac{R^2 + (V_m t_{go})^2 - (V_t t_{go})^2}{2RV_m t_{go}} \right\} \quad (3.5)$$

と得ることができる。飛翔体は経路角

$$\begin{aligned} \gamma_m &= \lambda - \phi_m \\ &= \lambda - \cos^{-1} \left\{ \frac{R^2 + (V_m t_{go})^2 - (V_t t_{go})^2}{2RV_m t_{go}} \right\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

となるように誘導される。

定方位航法では、発射直後に直線の会合経路へ誘導された後は、飛翔体を目標物体へと誘導する入力（指令横加速度）を必要としないため、軌道は直線となる。従って、定方位航法による軌道は、空気力などによる誘導抵抗を最小に抑えることができ、結果として、会合直前での速度を最大限維持できる軌道となる。一方で、定方位航法は目標物体の機動や目標物体、又は、飛翔体の速度変化によって予測会合点 I に変更が生じた際に自動的に軌道修正がされず、ロバスト性に乏しいという欠点がある。

【3-3】 比例航法（Proportional Navigation : PN）

CBN では、目標物体と会合するために、LOS 角が一定の状態を保たれることが必要であった。一方で、そのような状況はなかなか生起しない。更に、CBN は目標物体と飛翔体の相対的な運動が変化すると会合しなくなるといったロバスト性にも難があった。そのことを逆に利用し、LOS 角への変化を補正することにヒントを得た PN がある。PN は、LOS 角が変化した際にその LOS レートに比例した横加速度を LOS に対して垂直な方向に与える誘導則である。比例航法は大きく 2 つに分類することができる。1 つは飛翔体と目標物体の接近速度情報を用いた True PN、もう 1 つが飛翔体のみの速度情報を用いた Pure PN である。前者の誘導則による指令横加速度の大きさは

$$a_{c(\text{True PN})} = N'V_c \dot{\lambda} \quad (3.7)$$

後者の誘導則による指令横加速度の大きさは

$$a_{c(\text{Pure PN})} = NV_m \dot{\lambda} \quad (3.8)$$

の式でそれぞれ表される。ここで、 N' は有効航法定数、 N は航法定数と呼ばれる比例航法のゲインであり、 V_c は接近速度（ $-\dot{R}$ ）である。True PN に関しては、Bryson ら^[22]による一定条件下（飛翔体のシステム応答に遅れがない、目標物体が等速直線運動をする等）での最適制御理論による結果と比較した研究が有名である。彼らは、LOS に垂直な成分としての横加速度の二乗時間積分を評価関数として設定し、有効航法定数 $N' = 3$ とした True PN が最適制御理論の解と一致することを示した。しかし、True PN には接近速度情報を得るための機器や計算処理の搭載が必要となる。また、そういった機器を搭載した場合でも、遠距離での接近速度情報は目視線距離に比例した観測誤差を伴う。特に、本研究における 3 つのフェーズのうち、ブーストフェーズ（加速期間）は比較的遠距離からの誘導が想定される True PN を用いることによって誘導精度が劣化する可能性がある。逆に、ミッドコース・ターミナルフェーズにおいて目標物体との接近速度が計測可能である場合、若しくは観測誤差の影響を補正できる場合は True PN が有効な誘導則となる。

目標物体との接近速度情報が得られない、若しくは観測誤差の影響を排除できない場合、式(3.8)に示す Pure PN を用いる。先述の通り、Pure PN は接近速度情報を用いずに飛行体自身の速度情報をもとにした比例航法であるため、最適制御理論に基づく最適解と一致させるためには航法定数に

$$N = \frac{N'V_c}{V_m \cos(\lambda - \gamma_m)} \quad (3.9)$$

の式変形を施す必要があり、 N は飛行体と目標物体間の相対位置と相対速度、および飛行体の速度によって変化させなければならないことがわかる。実際には、接近速度情報が得られない、若しくは、観測誤差が無視できない場合に Pure PN を用いる際、 N は式(3.9)を用いず、ノイズ等を増幅しすぎない程度の一定値を用いる場合が多い。ここで、次節以降の誘導則導出のため、3-1 節と同様に Pure PN の指令横加速度をベクトルの形式で書き換える。式(3.8)はベクトルの形で

$$\mathbf{a}_{c(\text{Pure PN})} = N \frac{\{\mathbf{R} \times (\mathbf{V}_t - \mathbf{V}_m)\} \times \mathbf{V}_m}{R^2} \quad (3.10)$$

と表すことができる。

【3-4】拡張比例航法（Augmented Proportional Navigation : Augmented PN）

目標物体が等速直線運動を行い、飛行体の速度が一定の場合、先述の True PN が最適解と一致する。しかし、目標物体が機動する場合、比例航法を目標物体の運動を考慮した誘導則に拡張する必要がある。本研究では、一定の横加速度で運動する目標物体への会合も想定するため、この節では、一定の横加速度で運動する目標物体に対して拡張した PN (Augmented PN) に関する説明を行う。Fig. 3-4 に基準線 (Reference Line) からの距離をもとに飛行終端での誤差を示した飛行体と目標物体の幾何学的位置関係を示す。 M と T 、 M_0 と T_0 は飛行体と目標物体の現在位置と初期位置をそれぞれ示し、 y_m と y_t は基準線からの距離、 y は基準線に垂直方向の飛行体と目標物体の距離の差を示し、 R に比べて十分に小さいとする。飛行体と目標物体の速度及び接近速度はそれぞれ V_m 、 V_t 、そして、 V_c で表され、 $y(t_f)$ はミスディスタンス（最接近距離）とする。

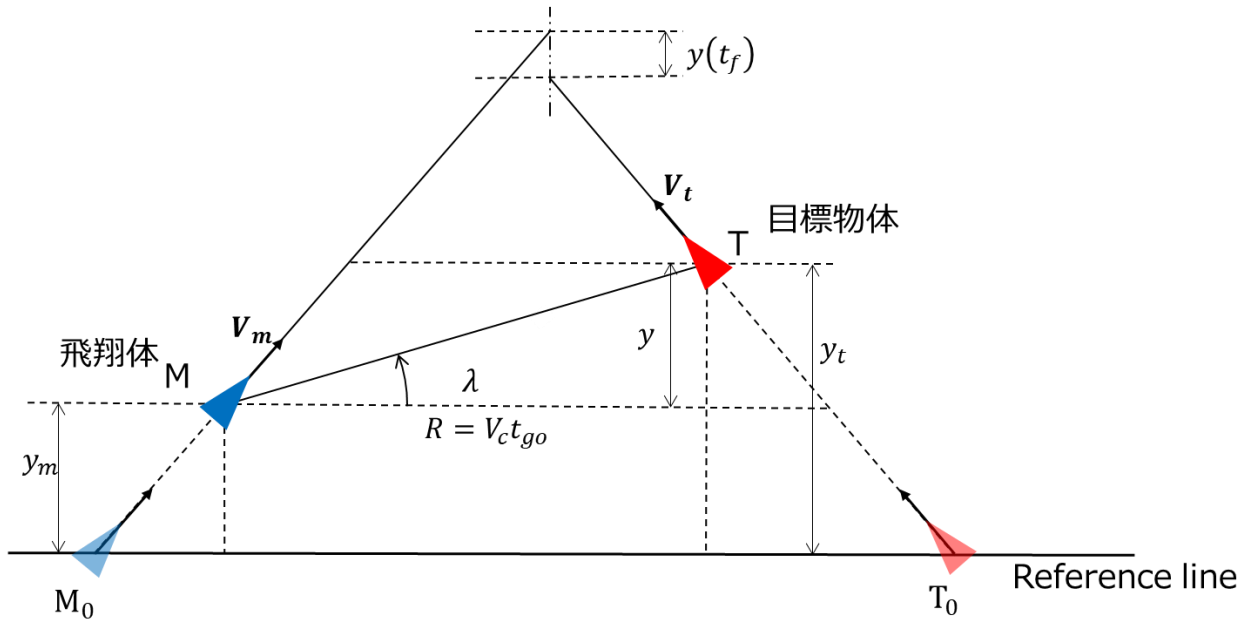


Fig. 3-4 線形化した会合モデルの幾何学的位置関係

この場合 LOS 角は

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{y}{R} \approx \frac{y}{R} = \frac{y}{V_c t_{go}} \quad (3.11)$$

の近似が成り立ち、更に LOS レートは式(3.11)より

$$\dot{\lambda} \approx \frac{y + \dot{y}t_{go}}{V_c t_{go}^2} \quad (3.12)$$

と表すことができる。式(3.12)の関係から式(3.7)の True PN による指令横加速度は

$$\begin{aligned} a_{c(\text{True PN})} &= N' V_c \dot{\lambda} \\ &= N' \frac{y + \dot{y}t_{go}}{t_{go}^2} \\ &= N' \frac{ZEM_{(\text{True PN})}}{t_{go}^2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

と表すことができる。ここで、

$$ZEM_{\text{True PN}} = y + \dot{y}t_{go} \quad (3.14)$$

は、ZEM (Zero-Effort-Miss) ^[19]と呼ばれ、目標物体が現在の運動を継続し、飛翔体が軌道修正をそれ以降しない場合の飛翔体と目標物体のミスディスタンスを示している。

目標物体が一定の横加速度で運動する場合、ZEM には式(3.14)に目標の一定横加速度による変化分が加わる。目標物体の横加速度が a_t で一定の場合、ZEM は

$$ZEM_{\text{Augmented PN}} = y + \dot{y}t_{go} + \frac{1}{2} a_t t_{go}^2 \quad (3.15)$$

となる。従って目標の一定横加速度に対応するよう拡張した True PN の指令横加速度は式(3.14)の ZEM を式(3.15)の ZEM で置き換えることにより以下の式で表される。

$$a_{c(\text{Augmented PN})} = N' V_c \dot{\lambda} + \frac{1}{2} N' a_t \quad (3.16)$$

この誘導則は Augmented PN として知られている。Augmented PN は LOS に垂直な加速度に注目した誘導であるが、この考えを速度方向に拡張したものが次節で説明する修正比例航法である。

【3-5】修正比例航法 (Modified Proportional Navigation : Modified PN)

本研究では、飛翔体の誘導抵抗や質量変化が複雑に影響を与える速度変化の影響を考慮した誘導則を提案する。飛翔体の速度方向の加速度を考慮した誘導則として Modified PN が挙げられる。Augmented PN が目標物体の横加速度を補正する項を付け加えて PN を拡張したのに対して、Modified PN は、飛翔体の速度方向の加速度情報を誘導則に加えることによってゲインを調整し、直線軌道上の飛行を実現する方法である。Fig. 3-5 に飛翔体と目標物体の会合三角形を示す。M と T はそれぞれ飛翔体と目標物体を示し、I は会合点である。また、速度を V 、横加速度を a 、経路角を γ とし、添え字の m , t はそれぞれ飛翔体と目標物体を示す。 \tilde{V}_m は速度基準ベクトルであり、飛翔体が \overline{MI} に沿って飛行するための速度ベクトルである。また、 \tilde{V}_m から V_m への偏差を ΔV_m とした。目視線距離と LOS 角をそれぞれ R , λ とし、目視線と \tilde{V}_m 、目視線と V_t の角度を ϕ_m , ϕ_t とし、I から見た飛翔体と目標物体間の角度を μ とする。

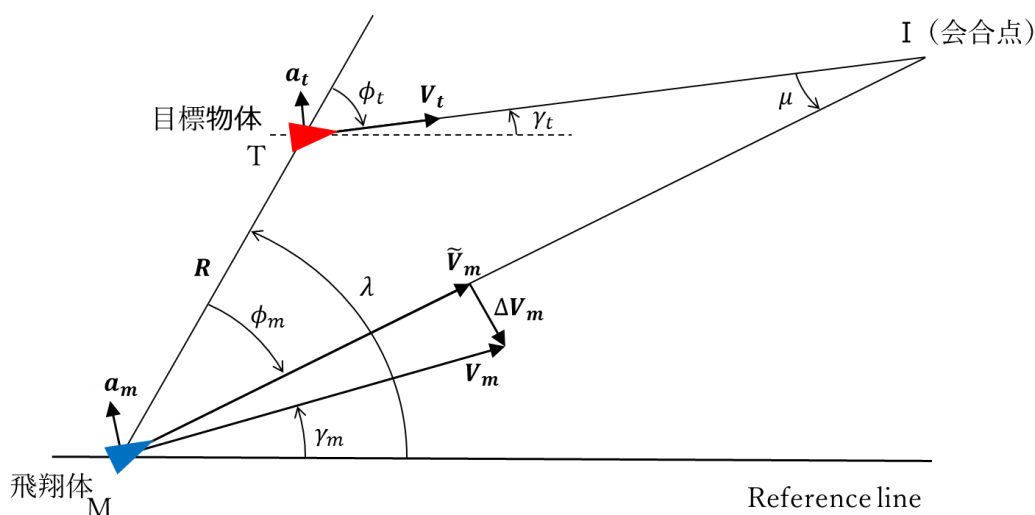


Fig. 3-5 会合三角形

Fig. 3-5 から飛翔体の速度 V_m は \tilde{V}_m と ΔV_m を用いて

$$\mathbf{V}_m = \tilde{\mathbf{V}}_m + \Delta \mathbf{V}_m \quad (3.17)$$

と表すことができる. これを式(3.10)に代入すると以下の式を得る.

$$a_c = N \frac{\{(\tilde{V}_m - V_t) \times R + \Delta V_m \times R\} \times V_m}{R^2} \quad (3.18)$$

Modified PN は Fig. 3-5 の直線軌道である $\overline{\mathbf{MI}}$ に沿って飛翔体を誘導することを目的とする. 式(3.18)の形から飛翔体が $\overline{\mathbf{MI}}$ に沿って飛行した場合, 第 1 項の外積の会合までの時間積分は 0 となる. よって, 式(3.18)の第 2 項を必要横加速度として考えると式(3.18)は次のように書き換えることができる.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_c &= N \frac{\Delta \mathbf{V}_m \times \mathbf{R} \times \mathbf{V}_m}{R^2} \\ &= N \frac{\{(\mathbf{V}_m - \tilde{\mathbf{V}}_m) \times \mathbf{R}\} \times \mathbf{V}_m}{R^2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Fig. 3-5 の会合三角形に正弦定理を用いると $\tilde{\mathbf{v}}_m$ は \mathbf{R} 方向成分と \mathbf{V}_t 方向成分の和として

$$\tilde{V}_m = V_m \left(\frac{\sin \phi_m}{\sin \phi_t} \frac{V_t}{V_t} + \frac{\sin \mu}{\sin \phi_t} \frac{R}{R} \right) \quad (3.20)$$

と表すことができる. 式(3.20)を式(3.19)に代入すると

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_c &= \frac{N}{R^2} \left[\left\{ \mathbf{V}_m - V_m \left(\frac{\sin \phi_m}{\sin \phi_t} \frac{\mathbf{V}_t}{V_t} + \frac{\sin \mu}{\sin \phi_t} \frac{\mathbf{R}}{R} \right) \right\} \times \mathbf{R} \right] \times \mathbf{V}_m \\ &= \frac{N}{R^2} \left\{ \left(\mathbf{V}_m - \frac{V_m}{V_t} \frac{\sin \phi_m}{\sin \phi_t} \mathbf{V}_t \right) \times \mathbf{R} \right\} \times \mathbf{V}_m \end{aligned} \quad (3.21)$$

となる.

飛翔体の速度方向の加速度が α （一定値）で近似できると仮定すると，Fig. 3-5 から

$$\mathbf{R} + \mathbf{V}_t t_{go} = \tilde{\mathbf{V}}_m t_{go} + \frac{1}{2} \alpha t_{go}^2 \frac{\tilde{\mathbf{V}}_m}{V_m} \quad (3.22)$$

の関係が得られる. 式(3.22)の $\overline{\mathbf{MT}}(\mathbf{R})$ に直交する成分を考えると

$$\frac{V_t \sin \phi_t}{V_m \sin \phi_m} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{V_m} t_{go} \quad (3.23)$$

が得られる. 簡単のため, 式(3.23)の右辺第 2 項を

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{V_m} t_{go} \quad (3.24)$$

と置くと、式(3.21)は式(3.23)(3.24)を用いて

$$a_{c(\text{Modified PN})} = \frac{N'}{1 + \beta_1} \frac{\{(\mathbf{V}_m - \mathbf{V}_t) \times \mathbf{R}\} \times \mathbf{V}_m}{R^2} + \frac{N'\beta_1}{1 + \beta_1} \frac{(\mathbf{V}_m \times \mathbf{R}) \times \mathbf{V}_m}{R^2} \quad (3.25)$$

と表すことができる。これが従来の Modified PN の誘導則である。式(3.25)の形から、Modified PN で得られる飛翔体の横加速度は、第1項の航法定数を $\frac{N'}{1 + \beta_1}$ とした Pure PN と第2項のゲインを $\frac{N'\beta_1}{1 + \beta_1}$ とした PPN の和となっていることがわかる。また、その大きさは

$$a_{c(\text{Modified PN})} = \frac{1}{1 + \beta_1} a_{c(\text{Pure PN})} + \frac{\beta_1}{1 + \beta_1} a_{c(\text{PPN})} \quad (3.26)$$

の形となる。

Modified PN では、飛翔体の速度方向の加速度を一定値 (α) で置くことができる場合、飛翔体の速度は

$$\mathbf{V}_m = \mathbf{V}_{m0} + \alpha \mathbf{t} \quad (3.27)$$

と求まるため、式(3.24)の β_1 は簡単に求めることができる。ここで、 \mathbf{V}_{m0} は飛翔体の初期速度である。

【3-6】 t_{go} の導出

上に述べた従来の誘導則には t_{go} の情報を用いるものが多い。 t_{go} は、飛翔体と目標物体が現時刻から会合するまでの時間を示し

$$t_{go} = t_f - t \quad (3.28)$$

の式で定義される。ここで、 t_f は会合時刻である。一般的に、 t_{go} の計算方法は飛翔体の速度が一定の場合と速度変化がある場合に分類される。

【3-6-1】 飛翔体の速度が一定の場合

飛翔体や目標物体が一定速度で飛行する際、目視線距離 (R) を接近速度 ($V_c = -\dot{R}$) で割った値をその時点の t_{go} の近似値として用いる。式で表すと以下となる。

$$t_{go} = R/V_c \quad (3.29)$$

【3-6-2】 飛翔体の速度が変化する場合

飛翔体が加速、若しくは減速する場合、式(3.29)では t_{go} に加速度分の誤差が生じる。この節では、飛翔体の速度変化を考慮した Modified PN を例として t_{go} の導出法について述べる。Fig. 3-5 と式(3.22)から $\bar{\mathbf{T}}\mathbf{I}$ 方向成分と $\bar{\mathbf{T}}\mathbf{I}$ 方向に直交する成分を考える。式(3.22)の $\bar{\mathbf{T}}\mathbf{I}$ 方向成分は

$$R \cos \phi_t + V_t t_{go} = \left(V_m t_{go} + \frac{1}{2} \alpha t_{go}^2 \right) \cos \mu \quad (3.30)$$

と表され、 $\bar{\mathbf{T}}\mathbf{I}$ 方向に直交する成分は

$$R \sin \phi_t = \left(V_m t_{go} + \frac{1}{2} \alpha t_{go}^2 \right) \sin \mu \quad (3.31)$$

と表される。式(3.30)(3.31)の両辺をそれぞれ二乗し、辺々を加えると

$$\left(V_m t_{go} + \frac{1}{2} \alpha t_{go}^2 \right)^2 - V_t^2 t_{go}^2 - (2RV_t \cos \phi_t) t_{go} - R^2 = 0 \quad (3.32)$$

が得られる。式(3.32)を t_{go} について解くことにより得られる解が加速度を考慮した t_{go} となる。

【3-7】最適誘導則（解析的手法）

最適誘導則^{[19][45]}による解は、評価関数に指定する関数によって異なる。本研究の目的は、誘導抵抗による速度の損失を局限し、会合直前でより速度を高い状態を保ち、空力操舵を想定した飛翔体誘導における動圧を高く維持することである。従って、本研究の評価関数には

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} a_c^2 dt \quad (3.33)$$

を設定し、指令横加速度による入力を減らすことにより、発生する誘導抵抗を減らすを試みる。ここで、 t_f は終端時間である。

システムに遅れがない場合、有効航法定数 (N') を 3 とした場合の True PN と Augmented PN はそれぞれ、等速直線運動と一定の横加速度で運動する目標物体に対する線形化した最適誘導則となる。しかし、一般的にシステムには時変、若しくは時不変の遅れが存在し、システムの遅れを考慮した場合、最適誘導則^{[19][46]}は

$$a_{c(OG)} = N'' V_c \dot{\lambda} + \frac{1}{2} a_t N'' - a_m \frac{N''}{\xi^2} (e^{-\xi} - 1 + \xi) \quad (3.34)$$

で表される。ここで、

$$N'' = \frac{6\xi^2(e^{-\xi} - 1 + \xi)}{2\xi^3 + 3 + 6\xi - 6\xi^2 - 12\xi e^{-\xi} - 3e^{-2\xi}} \quad (3.35)$$

$$\xi = t_{go}/\tau_m \quad (3.36)$$

であり、 τ_m はシステムの時定数を示す。更に、目標物体がウィービング運動をする際、その横加速度の変動周期が既知であるならば最適制御理論に基づく最適誘導則は

$$a_{c(WOG)} = N'' V_c \dot{\lambda} + N'' \frac{1 - \cos(\omega t_{go})}{\omega^2} a_t \sin(\omega t) + N'' \frac{\omega t_{go} - \sin(\omega t_{go})}{\omega^3} \omega a_t \cos(\omega t) - a_m \frac{N''}{\xi^2} (e^{-\xi} - 1 + \xi) \quad (3.37)$$

で表される。目標物体が一定の周期でウィービング運動をする場合は、式(3.37)が横加速度による誘導抵抗を最小とする最適誘導則となるが、一般的に目標物体の横加速度の変動周期が既知である状況や、変動周期が既知であった場合でも、その後、目標物体が同様の変動周期でウィービング運動を続ける可能性は少ない。よって、本研究では式(3.34)を用い、ウィービング運動を含めた目標物体の予測できない不確かな動き（uncertainty and disturbance term: UDT）に対しては、後に示す補償器を用いることで指令横加速度を補正する誘導を行う。また、式(3.34)、(3.35)、(3.36)の式の形から、 N'' の決定にはシステムの時定数 τ_m が必要となる。通常、システムの時定数は設計の段階である程度決定されるが、飛翔体のように質量変化に伴う慣性モーメント変化や速度変化が著しいものの場合、時定数の初期設定値からの誤差が生じたり、飛行の途中で変化したりする可能性がある。システムの時定数の真値からの誤差は、誘導システム全体に直接影響を及ぼす可能性があるため、後に示すフィルタによる推定が必要になる。

【3-8】最適誘導則（直接的手法）

飛翔体の指令横加速度は、飛行速度が一定でシステムに遅れがない場合、True PN や Augmented PN、更にシステムに遅れがある場合、評価関数を式(3.33)のように設定することで先述の通り解析的に求めることができる。

一方で、空気力等による複雑な運動量変化の影響を考慮した場合、一般的に解析的手法によって最適解を得ることは困難である。そのような場合、最適化計算ツールによって直接的に最適解（指令横加速度）を得る方法がある。本研究においては、直接的に最適解を得る手法として Matlab® の fmincon を用いた(補遺 1 参照)。

直接的な計算手法である最適化計算においても、解析的な手法と同様に評価関数の設定が解に大きく影響を与える。本研究では、先に述べた通り飛翔体の誘導抵抗を局限し、目標物体との会合直前でより速度を高い状態に保ち、動圧を高く維持することによって近距離での目標物体の機動への対応能力向上を目標としている。会合直前まで誘導抵抗を減らし、速度を維持するには、抗力（ D ）を小さい値とすればよいことがわかる。しかし、抗力は Fig. 2-3 と式(2.9), (2.10)の形から飛翔体の横加速度を発生させるための C_L 以外に C_{D0} , κ の値によって決定される。従って、評価関数に抗力を設定すると C_L を減らすと同時に Fig. 2-3 に示される C_{D0} , κ の値を減らすために速度を減らす解が求められる。これは、誘導抵抗の減少につながるが、会合直前の速度を高い状態に維持するといった本研究の目的に反することとなる。従って、直接的手法によって最適解を求める際、速度増加を担保しつつ、同時に、 C_L による誘導抵抗の発生を減らすことを目標とし、評価関数として

$$J_3 = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} C_L^2 dt \quad (3.38)$$

を設定した。また、最適化計算の直接的手法に用いる支配方程式は第 2 章に示したとおりであり、飛翔体と目標物体の座標をそれぞれ (x_m, y_m) , (x_t, y_t) とする。その他の境界条件に関しては Table 3-1 に示す。なお、計算には補遺 1 に示す Matlab® の fmincon による非線形計画法のソルバーを用いた。

Table 3-1 最適化計算の境界条件

$V_{mf} : \text{free}$
$x_{mf} - x_{tf} = 0$
$y_{mf} - y_{tf} = 0$

【3-9】 Modified PN の問題点

馬場らによって考案された Modified PN は、飛翔体の速度方向の加速度を一定と仮定し速度変化による直線軌道からのずれを修正する誘導則である。しかし、飛翔体には Fig. 2-3 に示す空気力が複雑に影響を及ぼすため、加速度を一定値で近似するとその誤差は誘導系全体に影響を与える。

Modified PN が実際の複雑な環境下で利用された場合、飛翔体の誘導にどのように影響を及ぼすかを検証するために以下に示す数値シミュレーションを行う。数値シミュレーションにおける飛翔体と目標物体の初期位置、設計パラメータは Table 3-2 に示す通りである。

Table 3-2 初期条件と設計パラメータ

Parameter	Value	
V_{m0}	0.75	[Mach]
x_{m0}	0	[m]
y_{m0}	0	[m]
γ_{m0}	129.5	[deg]
m_0	100	[kg]
I_{SP}	300	[s]
T	4903	[N]
ρ	0.736	[kg/m ³]
C_{D0}	Fig. 2-3	[-]
κ	Fig. 2-3	[-]
α for MPN	30	[m/s ²]
V_{t0}	0.75	[Mach]
x_{t0}	0	[m]
y_{t0}	2000	[m]
γ_{t0}	180	[deg]

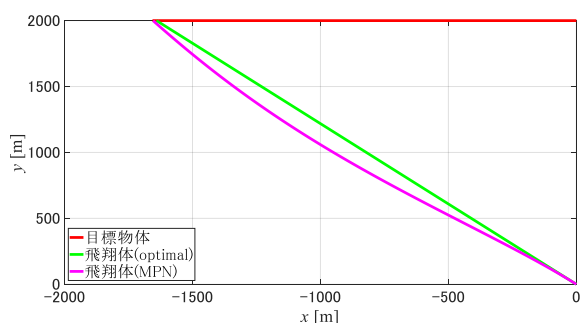


Fig. 3-6 飛翔体と目標物体の軌道

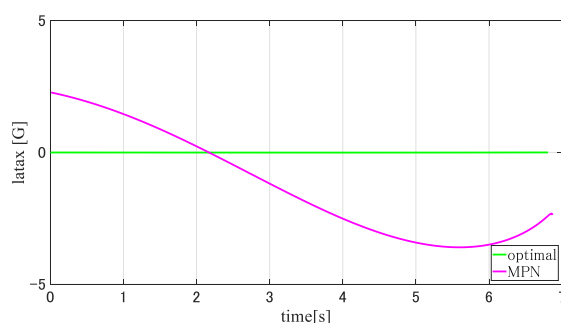


Fig. 3-7 横加速度の時間履歴

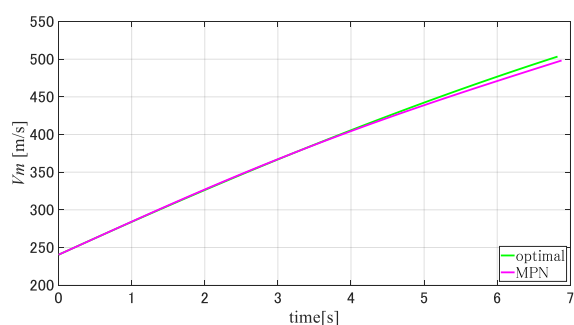


Fig. 3-8 速度の時間履歴

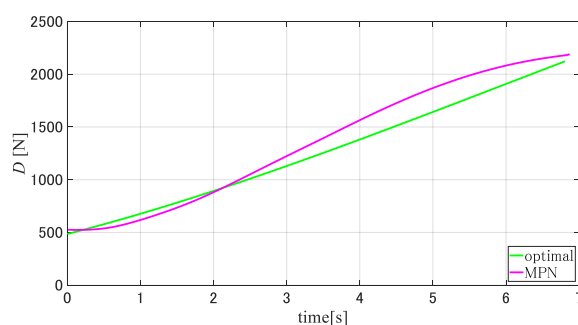


Fig. 3-9 抗力の時間履歴

Fig. 3-6 から Fig. 3-9 は Modified PN による誘導と最適化計算による結果を比較した数値シミュレーションである。Fig. 3-6 は軌道を示す。赤い実線が目標物体，ライトグリーンの実線が最適化計算による飛翔体，マゼンタの実線は Modified PN による飛翔体の軌道をそれぞれ示す。この数値シミュレーションでは，飛翔体の初期発射角が会合点方向を向いているため最適化計算による解は Fig. 3-7 に示すように横加速度を 0[m/s²] に保つものとなっている。一方，Modified PN により得られる横加速度は，飛行の前半でプラスの値を取り，後半からマイナスの値を発生させている。このことから，Modified PN による軌道は緩やかに蛇行していることがわかる。これが原因で Fig. 3-8，Fig. 3-9 に示すように終端での速度，抗力に差が発生したと考えられる。

次に、より顕著な最適解との違いを確認するために初期発射角を会合地点方向ではなく、 $170[\text{deg}]$ とした場合の数値シミュレーション結果を示す。そのほかの初期条件、設計パラメータは Table 3-2 と同様の値を用いている。

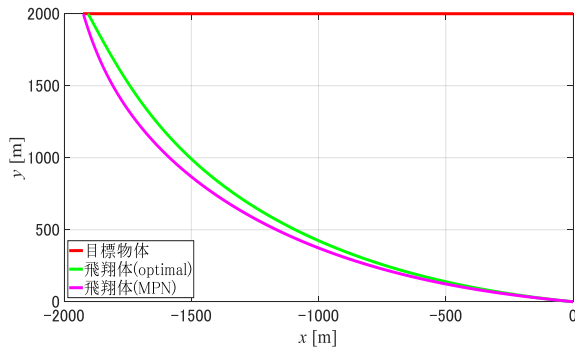


Fig. 3-10 飛翔体と目標物体の軌道

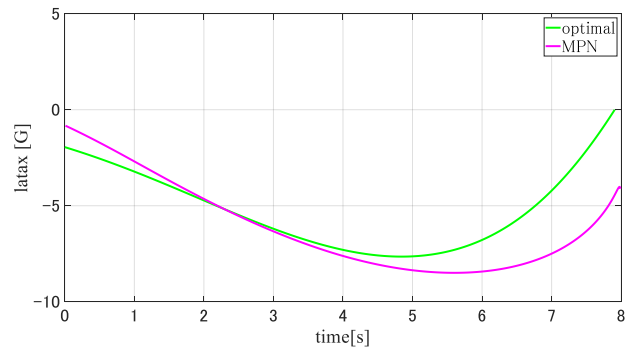


Fig. 3-11 横加速度の時間履歴

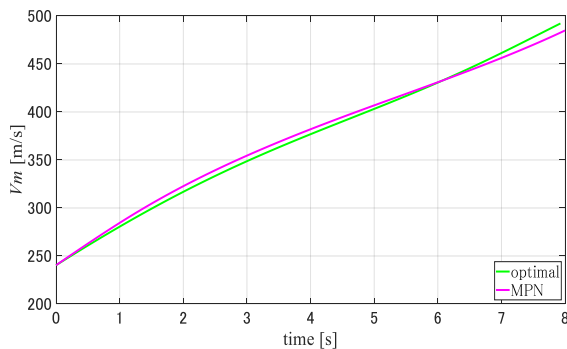


Fig. 3-12 速度の時間履歴

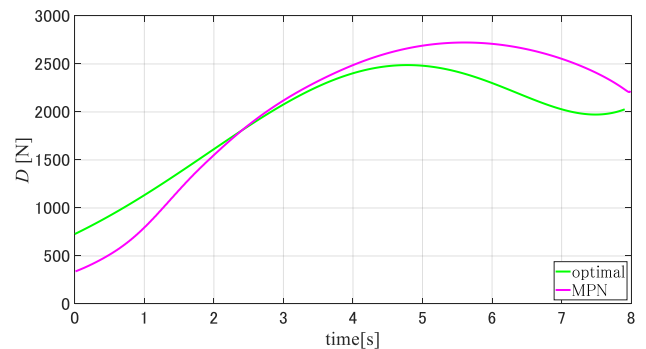


Fig. 3-13 抗力の時間履歴

Fig. 3-10 から Fig. 3-13 は、初期発射角を $170[\text{deg}]$ とし、会合に軌道修正を必要とする場合の数値シミュレーション結果である。飛翔体の初期発射角が会合地点方向を向いていないため、Modified PN の結果、最適化計算の結果とともに軌道が湾曲していることがわかる。Fig. 3-11 に示す横加速度の時間履歴からは、Modified PN による横加速度が軌道を蛇行させてはいないものの、 $5[\text{s}]$ 以降、最適化計算による横加速度よりも大きな負の値をとってしまっていることがわかる。一方で、最適化計算による横加速度は、 $5[\text{s}]$ 以降、Modified PN と比較して小さな横加速度によって軌道修正を行っていることがわかる。このため、誘導抵抗の発生につながり Fig. 3-12, Fig. 3-13 に示す速度、抗力の時間履歴に差が生じたと考えられる。

これらの数値シミュレーションからわかる通り、Modified PN は飛翔体の初期発射方向が会合経路上にある場合でも加速度の設定に誤差がある場合、軌道を蛇行させたり、誘導抵抗を大きく発生させてしまう可能性を含んでおり、その影響は、初期発射方向に会合地点がなく、軌道修正の必要がある場合により顕著に表れることがわかる。本研究では、誘導抵抗を減らし、最適軌道に近づけるために Modified PN を改良する方法を提案する。具体的な内容に関しては、次章で説明する。

【第4章】提案する動特性補正方法

本章では、本研究で提案する動特性変動補正方法に関して説明する。補正方法は大きく飛翔体に起因する変動補正と目標物に起因する変動補正に分けられる。飛翔体に起因する変動補正として、速度方向の加速度変化補正方法とシステムの時定数補正方法を、目標物体に起因する変動補正として UDT の補正方法を提案する。

【4-1】飛翔体の動特性変動に起因する補正

まず、飛翔体の動特性変動に起因する誘導精度の劣化に対する補正方法に関して説明する。

【4-1-1】飛翔体の速度方向の加速度補正

第3章の数値シミュレーション結果から、会合地点が飛翔体の軌道上にない場合、飛翔体の速度方向の加速度は定数で近似することはできず、最適化計算によって得られる結果と従来の Modified PN による結果は大きく異なる。また、会合地点が飛翔体の軌道上にある場合でも、飛行の終端において速度方向の加速度を一定と近似した誤差の影響が誘導精度を劣化させる可能性があることが確認できた。これらの現象は、従来の Modified PN が飛翔体の加速度を固定していることに起因する。この現象による誘導精度の劣化を改善するために、速度帯によるプロファイルが既知である C_{D0} 、 κ の情報を考慮した最適化計算から得られるゲイン補正を行う^[47]。具体的な手法に関しては以下のとおりである。

まず、飛翔体の速度方向の加速度変化を補正するために、飛翔体が Fig. 3-5 に示す \overline{MT} 軸方向に進む距離に関する項を従来法の式(3.22)から t_{go} の3次関数に拡張する。

$$\mathbf{R} + \mathbf{V}_t t_{go} = \tilde{\mathbf{V}}_m t_{go} + (B_1 t_{go} + B_2 t_{go}^2 + B_3 t_{go}^3) \frac{\tilde{\mathbf{V}}_m}{V_m} \quad (4.1)$$

式(4.1)の右辺第2項の括弧内の拡張項は t_{go} の次数を上げるほど、より複雑な飛翔体の速度方向の加速度変化に対応することができるが、一方で、 t_{go} の次数を上げると次節以降で述べる \overline{MT} の距離を算出する式の次数が増加し、 t_{go} の実数解を得ることが困難になるため、本研究では次数を3とした。更に、 t_{go} の0次の項は \mathbf{R} に既に含まれるため、考慮しない。

式(4.1)の \overline{MT} に直交する成分を $V_m t_{go}$ で割ったものを考えると

$$\frac{V_t \sin \phi_t}{V_m \sin \phi_m} = 1 + \frac{(B_1 + B_2 t_{go} + B_3 t_{go}^2)}{V_m} \quad (4.2)$$

が得られる。簡単のため、式(4.2)の右辺第2項を

$$\beta_2 = \frac{(B_1 + B_2 t_{go} + B_3 t_{go}^2)}{V_m} \quad (4.3)$$

と置くと、式(3.21)は式(4.2)、(4.3)を用いて

$$\mathbf{a}_{m(\text{proposed})} = \frac{N'}{1 + \beta_2} \frac{\{(\mathbf{V}_m - \mathbf{V}_t) \times \mathbf{R}\} \times \mathbf{V}_m}{R^2} + \frac{N' \beta_2}{1 + \beta_2} \frac{(\mathbf{V}_m \times \mathbf{R}) \times \mathbf{V}_m}{R^2} \quad (4.4)$$

と表すことができる。これが、速度方向の加速度を補正する提案誘導則である。式(4.4)の形から、提案誘導則（改良型 Modified PN）で得られる飛翔体の横加速度は、第1項の航法定数を $\frac{1}{1 + \beta_2}$ とした Pure PN と第2項のゲインを $\frac{\beta_2}{1 + \beta_2}$ とした PPN の和となっていることがわかる。また、その大きさは

$$a_{m(\text{proposed})} = \frac{1}{1 + \beta_2} a_{m(\text{Pure PN})} + \frac{\beta_2}{1 + \beta_2} a_{m(\text{PPN})} \quad (4.5)$$

となる。

次に、 β_2 の決定方法について説明する。提案する誘導則では、最適化計算によって得られた状態量を用いることによって β'_2 を決定し、その β'_2 を用いることによって β_2 を決定する。具体的には、

$$a_{m(\text{optimal})} = \frac{1}{1 + \beta'_2} a_{m(\text{Pure PN})} + \frac{\beta'_2}{1 + \beta'_2} a_{m(\text{PPN})} \quad (4.6)$$

の左辺に最適化計算から得られる横加速度 ($a_{m(\text{optimal})}$)、右辺の第1項に最適化計算から得られる状態量を用いた Pure PN による横加速度 ($a_{m(\text{Pure PN})}$)、第2項に PPN による横加速度 ($a_{m(\text{PPN})}$) をそれぞれ代入し、式(4.6)を満たす β'_2 を決定する。この β'_2 と式(4.3)の β_2 を最小二乗法によって比較し B_1 、 B_2 、 B_3 を決定する（補遺3参照）。3-1節で述べた通り、PPN成分は会合点に近づくにつれて横加速度が発散する傾向があるため、会合点近傍では $\beta_2 \rightarrow 0$ とならなければならない。そこで、 B_1 を0とし $t_{go} \rightarrow 0$ で $\beta_2 \rightarrow 0$ となるように調整し、PPN成分による会合直前での横加速度の発散を回避した。

【4-1-1-1】 t_{go} の導出（改良型 Modified PN）

従来の Modified PN と同様に飛翔体の軸方向の加速度が変化するため t_{go} に目視線距離 (R) を接近速度 ($V_c = -\dot{R}$) で割った値を用いることはできない。そこで、まず、Fig. 3-5 と式(4.1)から $\bar{\text{Tl}}$ 方向成分と $\bar{\text{Ti}}$ 方向に直交成分を考える。式(4.1)の $\bar{\text{Tl}}$ 方向成分は

$$R \cos \phi_t + V_t t_{go} = (V_m t_{go} + B_1 t_{go} + B_2 t_{go}^2 + B_3 t_{go}^3) \cos \mu \quad (4.7)$$

と表され、 $\bar{\text{Ti}}$ 方向に直交する成分は

$$R \sin \phi_t = (V_m t_{go} + B_1 t_{go} + B_2 t_{go}^2 + B_3 t_{go}^3) \sin \mu \quad (4.8)$$

と表される。式(4.7)、(4.8)の両辺をそれぞれ二乗し、辺々を加えると

$$(V_m t_{go} + B_1 t_{go} + B_2 t_{go}^2 + B_3 t_{go}^3)^2 - V_t^2 t_{go}^2 - 2R V_t \cos \phi_t t_{go} - R^2 = 0 \quad (4.9)$$

が得られる。式(4.9)を解くことにより、加速度を考慮した t_{go} を得る。ここで、従来の Modified PN における t_{go} 導出のための方程式が t_{go} の4次方程式であることに対し、改良型 Modified PN では t_{go} 導出のための方程式が t_{go} の6次となっており、一般的に解析解は存在しない。従って、本研究においては式(4.9)を t_{go} に関してニュートン法で数値計算した結果を用いた。なお、この区間では V_t 、 ϕ_t に関しては観測できるものとする。

【4-1-1-2】改良型 Modified PN のアルゴリズム

改良型 Modified PN は、最適化計算から得られる値を直接用いるのではなく、4-1-1節で説明した方法によって得られる近似解を実現するパラメータを用いる誘導則である。従って、評価関数を式(3.38)と設定した最適解と完全に一致はしない。また、最適化計算は計算負荷が高く、特に、速度の比較的速い飛翔体の誘導において、実時間での計算は困難である。更に、計算する処理能力を持った高性能計算機を飛翔体に搭載することはコストの観点だけでなく、機体構造上の制約からも現実的ではない。そこで、本研究では4-1-1節で示した方法によって最適化計算を事前に行い、得られる値を目標物体との相対的な位置関係ごとにまとめたテーブルデータとして保存し、飛翔体を発射する際に対応するデータを抽出することによって複雑な速度変化を補正する誘導を実現する。

具体的な手順については、次の通りである。

手順 1) (オフライン)

支配方程式の下、評価関数を式(3.38)、境界条件を Table 3-1 とした最適化計算を行う。

手順 2) (オフライン)

最適化計算から得られる状態量を用いて、Pure PN の誘導則から得られる指令横加速度、PPN の誘導則から得られる指令横加速度を計算し、それらを組み合わせによって最適解から得られる横加速度を実現できるようなゲイン (β'_2) を決定する。

手順 3) (オフライン)

式(4.3)の β_2 と β'_2 を比較し、最小二乗法を用いることによって β_2 (B_2 , B_3) を決定する (補遺 3 参照)。

手順 4) (オンライン)

手順 3) までで得られた β_2 のテーブルデータ (B_2 , B_3) のうち、飛翔体発射時の目標物体との位置関係に対応するものを設定して発射する。

【4-1-2】システムの等価時定数補正のための Difference-Driven Filter (DDF)

この節では、飛翔体の未知の誘導システムの遅れを推定するフィルタの導出を行う^[48]。本研究では、飛翔体の横加速度 a_m は誤差とともに観測されるが、DDF 設計のために a_m が誤差なく測定可能であると仮定する。また、システムの未知である時定数を状態量の 1 つと考え、

$$x_1 = a_m \quad (4.10)$$

$$x_2 = 1/\tau_m \quad (4.11)$$

$$u = a_c \quad (4.12)$$

と置く。ここで、時定数 τ_m は 0 ではない正の実数とする。状態量 x_2 を τ_m の逆数を設定したのは、状態量 x_1 の時間微分に分数表現をなくし、計算を簡素化するためである。式(4.10)、(4.11)、(4.12)と式(2.5)より DDF のシステムは以下のように表される。

$$\dot{x}_1 = -x_2 x_1 + x_2 u \quad (4.13)$$

$$\dot{x}_2 = \phi(t) \quad (4.14)$$

式(4.14)の $\phi(t)$ は、区分的に連続な関数であるとし、未知ではあるが、 L_τ を正の有限値とするとき $|\phi(t)| < L_\tau$ のように有界であるとする。また、本研究で対象とするシステムは、正の時定数を想定しており、変数 x_2 はシステムの時定数の逆数であるため、工学的に一般性を損なうことなく $x_2 > x_{2\min} > 0$ とおけるものとする。

以上のことから、一次遅れ系に対する DDF として、式(4.13)、(4.14)の形式と飛翔体の指令横加速度と横加速度の推定値との誤差 (e)

$$e = u - \hat{x}_1 \quad (4.15)$$

を用いて、時定数推定器

$$\hat{x}_1 = e \hat{x}_2 + h_1 (x_1 - \hat{x}_1) \quad (4.16)$$

$$\hat{x}_2 = h_2 e (x_1 - \hat{x}_1) \quad (4.17)$$

を提案する。ここで、 $x_1 = a_m$ は観測可能であるとしている。式(4.16)、(4.17)に示す e は、推定値と真値の誤差ではないことに注意されたい。また、 h_1 , h_2 は $h_1 + x_{2\min} > 0$, かつ、 $h_2 > 0$ を満たす DDF のゲインとし

$$h_1 = 2\zeta\alpha_1/\varepsilon_t \quad (4.18)$$

$$h_2 = (\alpha_1/\varepsilon_t)^2 \quad (4.19)$$

と設計する．この ε_t は次節で示す目標物体の UDT のオブザーバーで用いる ε と近い値を使用し， ζ と α_1 は拡張 HGO と DDF で同一のものを使用した．具体的な数値に関してはのちに示す． x_1 は飛行物体が物理的に出力として出力することが可能な横加速度以下の値であること， u が指令横加速度であることからハードウェアの制約によって上限値を設定できるものとし，ここでは e が $e^2 < L_e$ （正の有限値）を満たすものとする．

【4-1-3】DDF の安定性

この節では式(4.16)，(4.17)で表される DDF の安定性に関して述べる^{[49][50][51]}． $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$ の推定誤差を $\tilde{\mathbf{x}} = (x_1 - \hat{x}_1, x_2 - \hat{x}_2)^T$ と定義し，式(4.13)から式(4.16)を引くと

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= -x_2x_1 + x_2u - e\hat{x}_2 - h_1\tilde{x}_1 \\ &= -x_2x_1 + x_2u - e\hat{x}_2 - h_1\tilde{x}_1 + x_2\hat{x}_1 - x_2\hat{x}_1 \\ &= -x_2\tilde{x}_1 + x_2(u - \hat{x}_1) - e\hat{x}_2 - h_1\tilde{x}_1 \\ &= -(h_1 + x_2)\tilde{x}_1 + e\tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

となる．同様に式(4.14)から式(4.17)を引くと

$$\dot{\tilde{x}}_2 = -h_2e\tilde{x}_1 + \phi(t) \quad (4.21)$$

となる．式(4.20)，(4.21)を行列の形でまとめて表現し直すと

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} -(h_1 + x_2) & e \\ -h_2e & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \phi(t) \quad (4.22)$$

と表すことができる．

本研究では，式(4.22)のうち外乱項である $\phi(t)$ に関しては目標物体や飛翔体のダイナミクスに比べて十分小さい場合を想定している．従って， $\phi(t)$ を除いた閉ループの安定性を調べる．リアプノフ関数の候補として

$$V_1 = \frac{1}{2}(x_1 - \hat{x}_1)^2 + \frac{1}{2h_2}(x_2 - \hat{x}_2)^2 \quad (4.23)$$

を定義する．式(4.23)を時間微分すると

$$\dot{V}_1 = -(h_1 + x_2)(x_1 - \hat{x}_1)^2 \quad (4.24)$$

となる． h_1 は $h_1 + x_{2\min} > 0$ を満たす DDF のゲインであるため $h_1 + x_2 > 0$ となり $\hat{x}_1 = x_1$ 以外で $\dot{V}_1 < 0$ となる．十分な時間が経過した $\dot{V}_1 = 0$ を満たす平衡点として， $\tilde{x}_1 = 0$ ， $\tilde{x}_2 \neq 0$ を仮定すると，微分方程式（式(4.20)）から $\dot{\tilde{x}}_1 \neq 0$ となって， \tilde{x}_1 は0以外の値に変化することとなる．このことは， \tilde{x}_1 を恒等的に0とする解が $\tilde{x}_2 = 0$ でなければならないことを意味している．従って，ラサールの定理から $\tilde{x}_1 = 0$ が恒等的に成り立つならば，同時に $\tilde{x}_2 = 0$ が成り立ち，最終的にシステムは， $\tilde{x}_1 = 0$ ， $\tilde{x}_2 = 0$ に収束し，式(4.22)のシステムは漸近安定となることがわかる^{[52][53]}．これは， $\dot{V}_1 = 0$ を恒等的に満たす点が平衡点以外では存在しない場合の安定性を示したリアプノフの第2定理に相当する^[54]．

式(4.22)の誤差システムは， $e = u - \hat{x}_1 \neq 0$ となるとき，即ち，指令横加速度と推定した横加速度に差がある場合のみ作動し， e の大きさに比例して速やかに真値に収束する．また， e が0に近づくにつれて収束の速さは緩やかになる． $e = 0$ の時は $u = \hat{x}_1$ ，即ち，入力と目標値が一致していることを意味しており，この間（ $e = 0$ ）は時定数の推定が不要であることを意味している．これが DDF と名付けた所以である．

【4-2】目標物の運動変化に対する補正

次に、目標物体の動特性変動に起因する誘導精度の劣化に対する補正方法に関して説明する。

【4-2-1】不確かさと外乱推定のための拡張 High-Gain Observer (HGO) [55][56][57]

ここでは、運動が予測できない目標物体の動きと観測誤差を補償する推定器を導出する[58][59]。飛翔体と目標物体は Fig. 2-1 に示す LOS 角 (λ) が一定値、つまり、LOS レートが 0 の時、会合するという性質がある。よって、LOS レートのダイナミクスに着目し不確かさと外乱について議論する。簡単のために $\sigma = \lambda$ とすると式(2.1), (2.2), (2.3), (2.4)より $\dot{\sigma}$ は以下の式で表すことができる。

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{R} \{-2\dot{R}\sigma - a_m + h\} \quad (4.25)$$

ここで、

$$h = a_m\{1 - \cos(\gamma_m - \lambda)\} + a_t \cos(\gamma_t - \lambda) - \dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) \quad (4.26)$$

である。また、本研究において飛翔体の飛行経路角 γ_m は、ここでは測定できないものと仮定し、式(4.26)の第1項と第3項は不確かなダイナミクスの項として扱っている。一方、式(4.26)の第2項と第4項は未知である目標物体の横加速度と軸方向の加速度による外乱項として扱う。以上のことから、誘導に重要な LOS レートのダイナミクスは計測、もしくは推定できる値 (R, \dot{R}, σ, a_m) の項と不確かなダイナミクス (UDT) の項 h から構成され、また、 h はシステムの性能を大きく劣化させる可能性を含んでいることがわかる。

h を推定するために HGO の考え[58][59][60]を応用した不確かさ・外乱推定器を導出する。対象となるのは時変系のシステムであるため、HGO を時変系に拡張するために、LOS レートのダイナミクスに不確かさ・外乱項 h のダイナミクスを追加した以下のような拡張システムを考える。

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{R} \{-2\dot{R}\sigma - a_m + h\} \quad (4.27)$$

$$\dot{h} = \psi(t) \quad (4.28)$$

ここで、 $\psi(t)$ は未知であるが区分的に連続、かつ、有界であるとする。式(4.27)(4.28)をまとめて行列の形に書き換えると

$$\begin{Bmatrix} \dot{\sigma} \\ \dot{h} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma \\ h \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\frac{1}{R} \\ 0 \end{Bmatrix} a_m + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi(t) \quad (4.29)$$

となる。

σ と h の推定値をそれぞれ $\hat{\sigma}$, \hat{h} と定義する。観測誤差とともに観測される出力である LOS レート情報を用いた同次元オブザーバの考えを応用し、以下のようなシステムを構築する。

$$\begin{Bmatrix} \dot{\hat{\sigma}} \\ \dot{\hat{h}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\sigma} \\ \hat{h} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\frac{1}{R} \\ 0 \end{Bmatrix} a_m + \begin{Bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{Bmatrix} (\sigma - \hat{\sigma}) \quad (4.30)$$

式(4.30)の l_1, l_2 はオブザーバのゲインである。拡張状態量を $\sigma_e = (\sigma, h)^T$, その推定値を $\hat{\sigma}_e = (\hat{\sigma}, \hat{h})^T$ と定義し、それらの誤差を $\tilde{\sigma}_e = \sigma_e - \hat{\sigma}_e$ とする。式(4.29)から式(4.30)を引くと

$$\dot{\tilde{\sigma}}_e = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} - l_1 & \frac{1}{R} \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\sigma}_e + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi(t) \quad (4.31)$$

を得る。

次に、拡張 HGO のゲイン決定方法について述べる。拡張 HGO のゲインを決定するために、式(4.31)と等価な時不変システムを仮定し、その特性方程式を考える。式(4.31)が時不変システムであった場合の

特性方程式は $\tilde{\sigma}_e$ の係数行列の形から、2次式であることがわかる。よって、一般に特性方程式は ζ , ω_f を用いて以下のように表すことができる。

$$s^2 + 2\zeta\omega_f s + \omega_f^2 = 0 \quad (4.32)$$

一方で、式(4.31)において時不変係数とみなした特性方程式は

$$\lambda^2 + \left(\frac{2\dot{R}}{R} + l_1\right)\lambda + \frac{1}{R}l_2 = 0 \quad (4.33)$$

となる。式(4.32)と式(4.33)の係数を比較することによって、可変ゲインを

$$l_1 = 2\zeta\omega_f - \frac{2\dot{R}}{R} \quad (4.34)$$

$$l_2 = \omega_f^2 R \quad (4.35)$$

と決定する。式(4.34)(4.35)の ζ , ω_f は調整パラメータ(定数)である。また、HGOの考えを、この線形時変システムに適用して正の小さな定数値 ε を用いて ω_f を

$$\omega_f = \alpha_1/\varepsilon \quad (4.36)$$

とした。

一般に、HGOには peaking 現象が生じることが知られている。この peaking 現象は、 ω_f を大きくしたとき(ε を小さくしたとき)に生じる。従って、この現象を回避するためには ε をある程度の大きさに保たなければならない。一方で、 ε の値は提案するオブザーバの収束の速さに影響し、大きすぎると推定速度が遅くなり LOS レートと UDT を用いる誘導系全体の性能が劣化する可能性がある。本研究では、 ε の値に関して 10 の累乗のオーダーで数値解析を行い、peaking 現象を回避できる最小の ε を設計値とした^{[61][62]}。

【4-2-2】拡張 High-Gain Observer (HGO) の安定性

この節では式(4.30)に示すオブザーバの閉ループ系の安定性に関して述べる。本研究では、不確かさ・外乱項 h の微分値($\psi(t)$)に関しては目標物体や飛翔体のダイナミクスに比べて十分小さい場合を想定している。従って、 $\psi(t)$ を除いた閉ループの安定性を調べる。 $\psi(t)$ が0の場合、 $\psi(t)$ が0の場合、式(4.29)は以下のように書き換えることができる。

$$\begin{Bmatrix} \dot{\sigma} \\ \dot{h} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma \\ h \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\frac{1}{R} \\ 0 \end{Bmatrix} a_m \quad (4.37)$$

この時、式(4.31)に関するリアプノフ関数の候補として以下の式を定義する。

$$V_2 = \frac{1}{2}(R\sigma - R\hat{\sigma})^2 + \frac{1}{2\omega_f^2}(h - \hat{h})^2 \quad (4.38)$$

式(4.38)を時間微分すると

$$\dot{V}_2 = R\dot{R}(\sigma - \hat{\sigma})^2 - 2\zeta\omega_f R^2(\sigma - \hat{\sigma})^2 \quad (4.39)$$

となる。本研究では飛翔体と目標物体の会合問題を考えるため、 \dot{R} は常に負の値をとる。また、 ζ , $\omega_f > 0$ であり、 $\hat{\sigma} = \sigma$ 以外で $\dot{V}_2 < 0$ となる。十分な時間が経過した $\dot{V}_2 = 0$ を満たす平衡点として、 $\tilde{\sigma} = 0$, $\tilde{h} \neq 0$ を仮定すると、微分方程式(式(4.31))から $\dot{\tilde{\sigma}} \neq 0$ となって、 $\tilde{\sigma}$ は0以外の値に変化することとなる。このことは、 $\tilde{\sigma}$ を恒等的に0とする解が $\tilde{h} = 0$ でなければならないことを意味している。従って、ラサールの定理から $\tilde{\sigma} = 0$ が恒等的に成り立つならば、同時に $\tilde{h} = 0$ が成り立ち、最終的にシステムは、 $\tilde{\sigma} = 0$, $\tilde{h} = 0$ に収束し、式(4.31)のシステムは漸近安定となることがわかる^{[52][53]}。これは、 $\dot{V}_2 = 0$ を恒等的に満たす点が平衡点以外では存在しない場合の安定性を示したリアプノフの第2定理に相当する^[54]。

【4-3】最適誘導則への DDF と拡張 HGO の適用

最適誘導則は式(3.34)をみると、観測ノイズや UDT によって影響を受ける λ , a_t , a_m , 及び τ_m の関数である。これらの数値は、未知であったり、測定されたとしてもそのまま式(3.34)に適用するとシステムの性能を著しく劣化させると考えられる。そこで、以下の手法によって第5章にて提案した拡張 HGO と DDF を式(3.34)に適用し、システムの性能劣化を防ぐ。

手順 1)

拡張 HGO によって推定された $\hat{\sigma}$, \hat{h} を用いて、 $\lambda \rightarrow \hat{\sigma}$, $h \rightarrow \hat{h}$ とおく。

手順 2)

DDF によって推定された \hat{x}_1 , \hat{x}_2 を用いて、 $a_m \rightarrow \hat{x}_1$, $\frac{1}{\tau_m} \rightarrow \hat{x}_2$ とおく。

以上の手順をまとめると、式(3.34)(3.35)(3.36)は以下のように書き換えることができる。

$$a_c = N''V_c\hat{\sigma} + \frac{1}{2}\hat{h}N'' - \hat{x}_1 \frac{N'}{\hat{\xi}^2} (e^{-\hat{\xi}} - 1 + \hat{\xi}) \quad (4.40)$$

$$N'' = \frac{6\hat{\xi}^2(e^{-\hat{\xi}} - 1 + \hat{\xi})}{2\hat{\xi}^3 + 3 + 6\hat{\xi} - 6\hat{\xi}^2 - 12\hat{\xi}e^{-\hat{\xi}} - 3e^{-2\hat{\xi}}} \quad (4.41)$$

$$\hat{\xi} = t_{go}/\hat{\tau}_m = t_{go}\hat{x}_2 \quad (4.42)$$

式(4.40)では、式(3.34)の第2項の a_t を h の推定値 \hat{h} として扱っている。これは、式(4.25)(4.26)からわかるように、LOS レートが飛翔体と目標物体の相対運動によって変動するため、飛翔体と目標物体の加速度に関連する不確かなダイナミクスは、実質的に飛翔体を中心とした相対的な目標物体の横加速度に起因するものと見なすことができるからである。

【第5章】数値シミュレーション

この章では、提案する誘導則の有効性を示すために数値シミュレーションを行う^[63]。まず、数値シミュレーションを行う上で設定するブラインド距離と無誘導期間の定義について述べる。その後、ブーストフェーズで会合する場合とミッドコース・ターミナルフェーズで会合する場合に分けて説明し、それぞれの数値シミュレーション結果について示す。

【5-1】ブラインド距離

飛翔体と目標物体の目視線距離が近くなると相対運動の影響が大きくなり、相対的な動きから得られる LOS レートもとにした指令横加速度も大きく影響される。特に、本研究でも用いる PN をベースとした多くの誘導則は、LOS レート情報を用いて飛翔体を誘導している。LOS レートは、式(2.2)の形から目標物体との目視線距離の逆数 ($1/R$) の項があるため会合直前 ($R \rightarrow 0$) で LOS レートは発散してしまう。LOS レートの発散に伴う指令横加速度の発散を避けるために、本研究では「ブラインド距離」と呼ばれる最小の目視線距離 R_{\min} を設定し、 R が 0 にならないように設計する。実際には、物体にある程度の大きさが存在し、重心から多少離れても会合するため問題とはならない。本研究はブラインド距離の設定値 ($R \geq R_{\min}(> 0)$) の範囲で有効とし、 $R_{\min} = 100[\text{m}]$ とした。

【5-2】無誘導期間

本研究では、目標物体の運動変化を感知した直後に誘導則の切り替えを行う。誘導則の切り替えをそれまでの誘導終了直後に行うと、指令横加速度の不連続が生じる可能性がある。指令値の瞬間的な変動は機体やシステムに負荷をかけるだけでなく、誘導精度の劣化につながる可能性がある。よって、指令値の瞬間的な変動を避けるために指令値を 0 とする期間を設定し、無誘導期間とした。本研究においてはこの期間をミッドコースフェーズと呼ぶ。ミッドコースフェーズは時間によって区切ることとし、 $0.5[\text{s}]$ とした。

【5-3】ブーストフェーズ

まず、ブーストフェーズにおいて会合する場合の数値シミュレーション結果について示す。

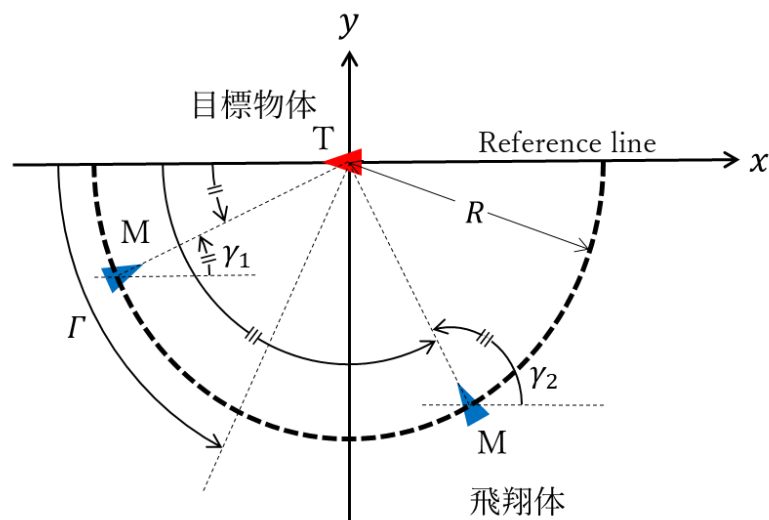


Fig. 5-1 飛翔体の初期発射位置の概略図

Fig. 5-1 に飛翔体の初期発射位置の概略図を示す。赤い三角形、青い三角形は目標物体と飛翔体の初期位置をそれぞれ示す。飛翔体は、Fig. 5-1 に示す通り、距離 R の同心円上の基準線から Γ の角度の位置から発射されるものとする。また、飛翔体と目標物体の設計パラメータは Table 5-1 に示す通りである^[64]。飛翔体と目標物体の初速は同じであるとし、飛翔体の初期質量は100[kg]から加速と共に減少していくものとする。推進剤消費後の飛翔体の質量は $m_{\min} = 60[\text{kg}]$ とし、質量が m_{\min} に達した後は加速はしないものとする。なお、本研究における飛翔体は、ブーストフェーズ終了後にサステナーで速度を維持できるものとしている。従って、ブーストフェーズ終了時の飛翔体の推進剤はミッドコース・ターミナルフェーズにおいてサステナーを十分に使用できるだけの残量を残せるように設定している。

Table 5-1 初期条件と設計パラメータ

Parameter	Value	
V_{m0}	0.75	[Mach]
x_{m0}	$-R \cos \Gamma$ (Fig. 5-1)	[m]
y_{m0}	$-R \sin \Gamma$ (Fig. 5-1)	[m]
γ_{m0}	Γ (Fig. 5-1)	[deg]
R	4000	[m]
$\max a_m$	40g	[m/s ²]
m_0	100	[kg]
I_{SP}	300	[s]
T	4903	[N]
ρ	0.736	[kg/m ³]
C_{D0}	Fig. 2-3	[—]
κ	Fig. 2-3	[—]
τ_m	0.8	[s]
α for MPN	35	[m/s ²]
V_t	0.75	[Mach]
x_{t0}	0	[m]
y_{t0}	0	[m]
γ_{t0}	180	[deg]

ブーストフェーズでは、第4章において示した手法によって予め計算した B_2 、 B_3 のテーブルデータを用いる。Fig. 5-2、Fig. 5-3 に Γ と目視線距離に対応した B_2 、 B_3 のグラフを示す。

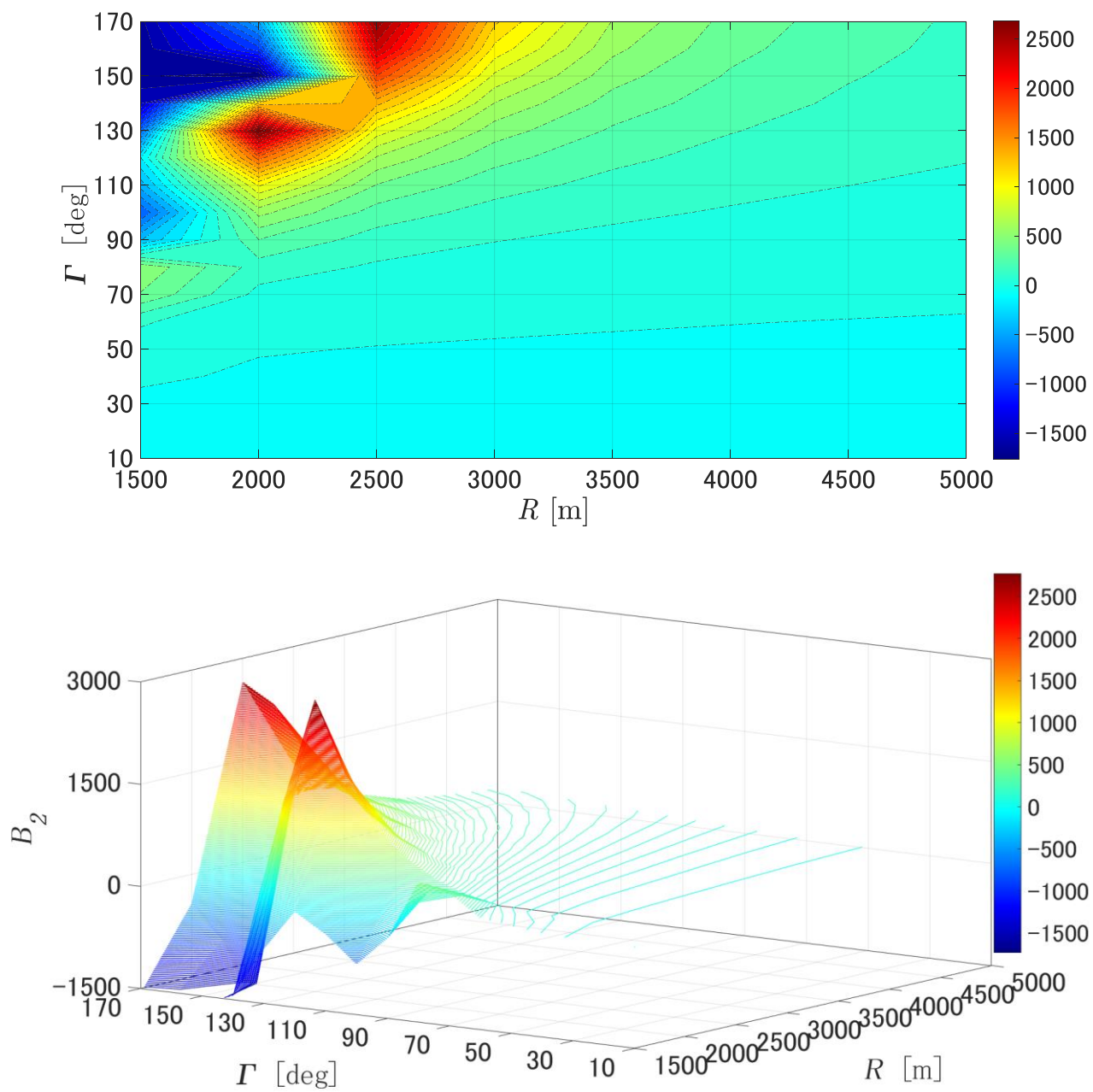


Fig. 5-2 B_2 (改良型 Modified PN のゲイン係数)

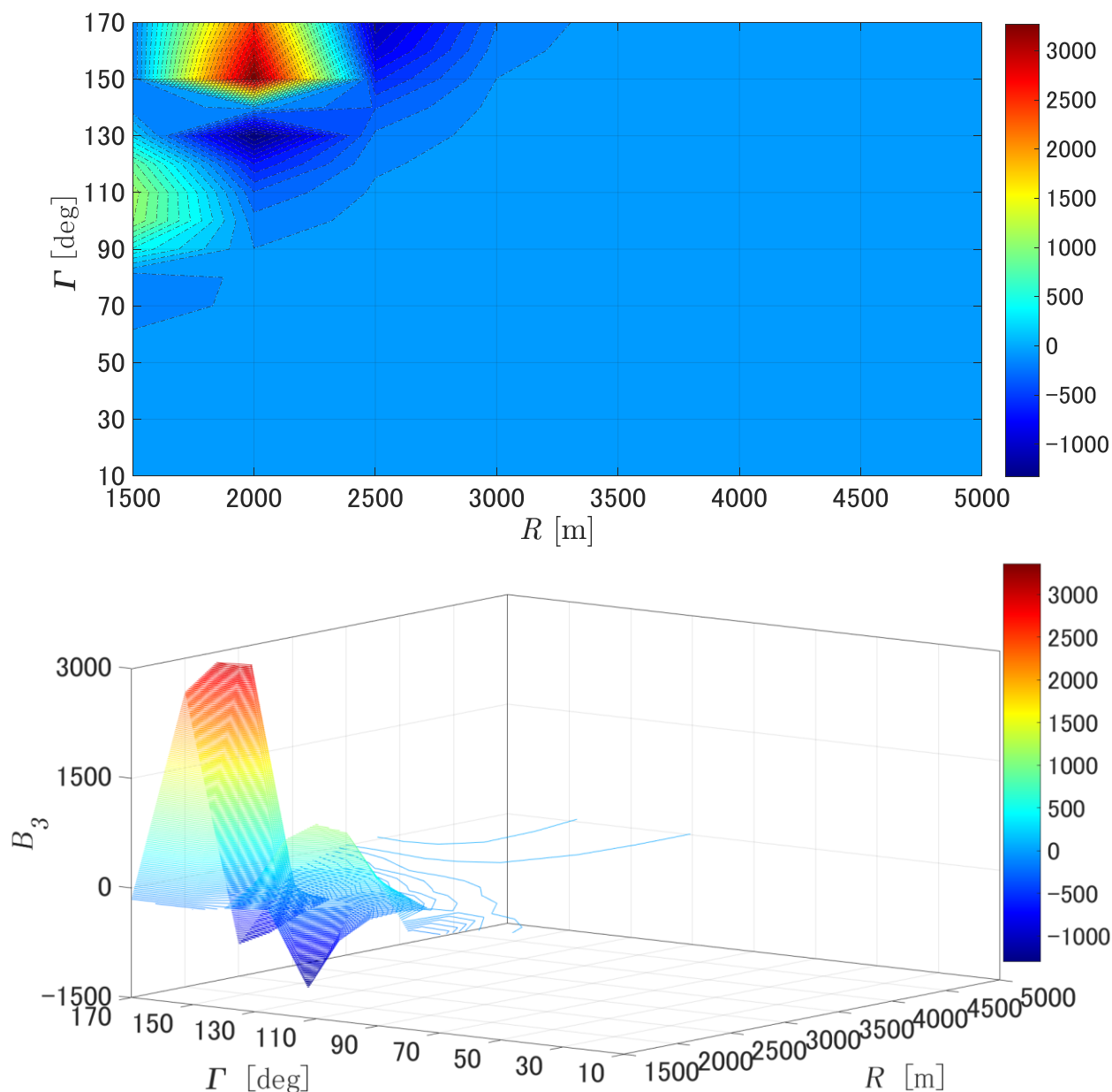


Fig. 5-3 B_3 (改良型 Modified PN のゲイン係数)

Fig. 5-2, Fig. 5-3 から得られる値を用いて、提案する改良型 Modified PN の数値シミュレーションを行った。ブーストフェーズにおける Head-on ($\lambda = 0[\text{deg}]$) と Tail-chase ($\lambda = 180[\text{deg}]$) の場合は、無誘導による会合が可能であるため数値シミュレーションから除いている。なお、比較のために用いた従来の Modified PN に用いる平均的な加速度 (α) に関しては、 $\Gamma = 30, 60, 90, 120, 150[\text{deg}]$ の位置から飛翔体が支配方程式を満たしながら飛行した際の平均加速度とした。

【5-3-1】 $\Gamma = 30[\text{deg}]$ の場合

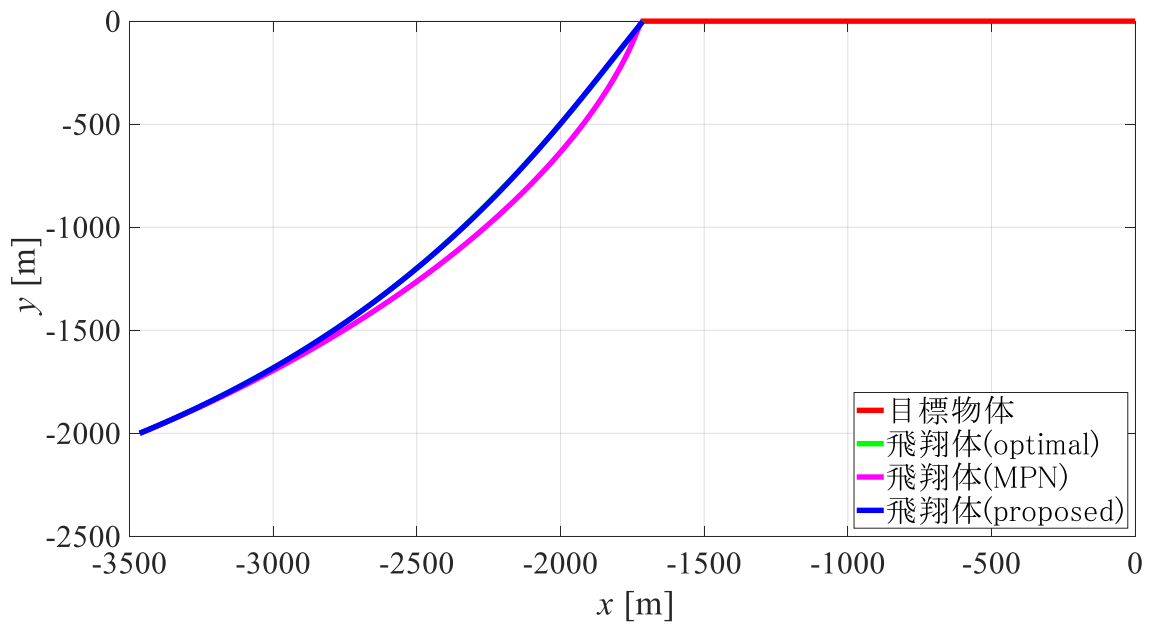


Fig. 5-4 飛翔体と目標物体の軌道

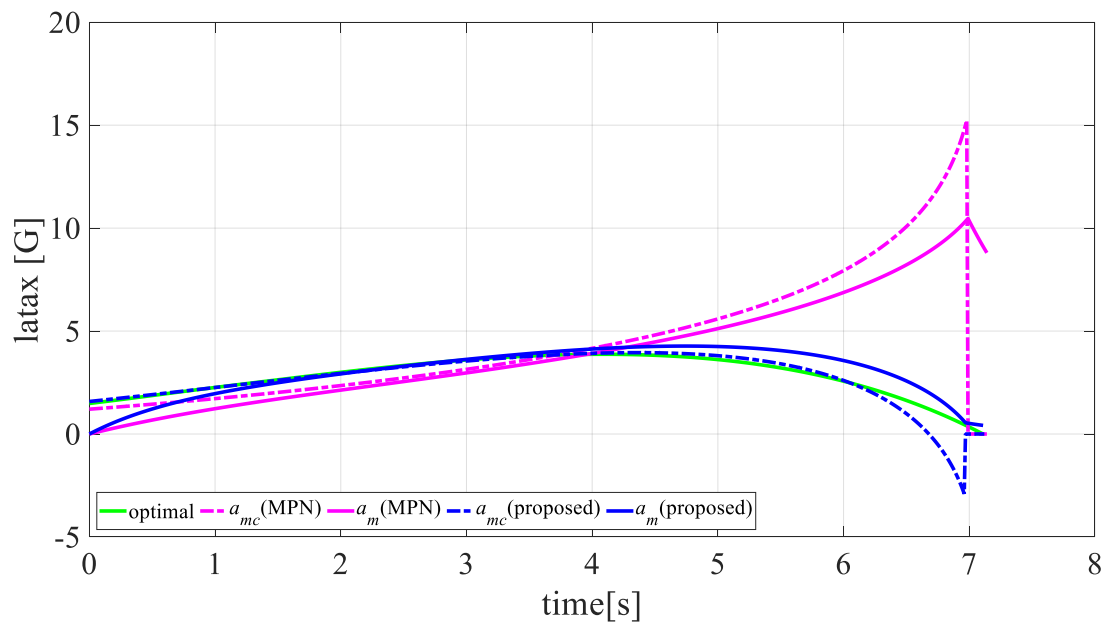


Fig. 5-5 指令横加速度と横加速度の時間履歴

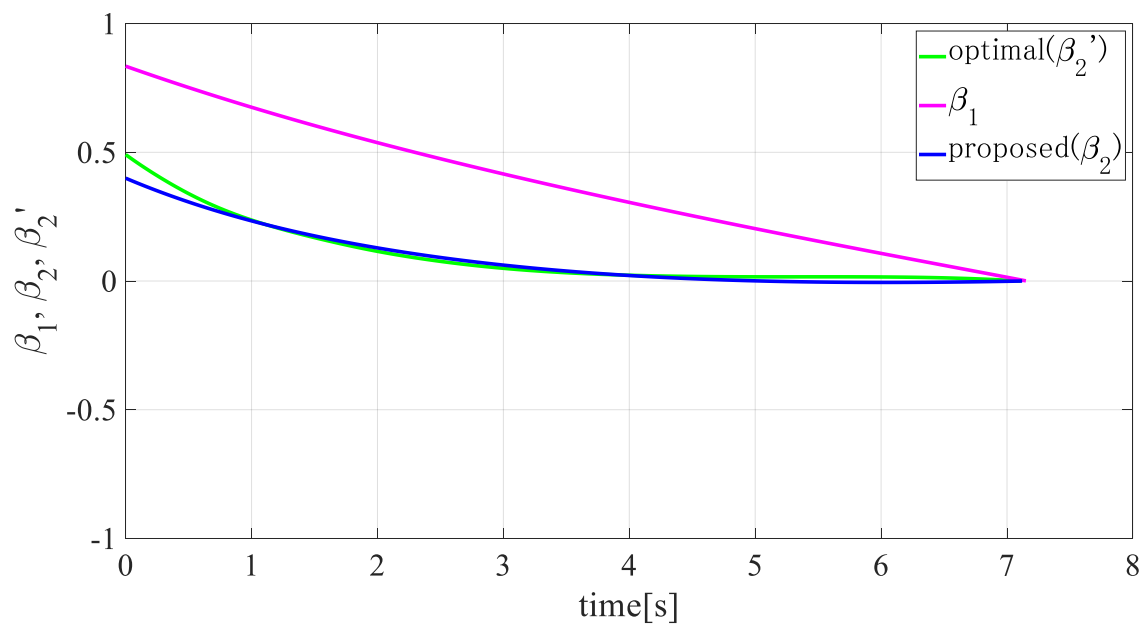


Fig. 5-6 $\beta_1, \beta_2, \beta'_2$ の時間履歴

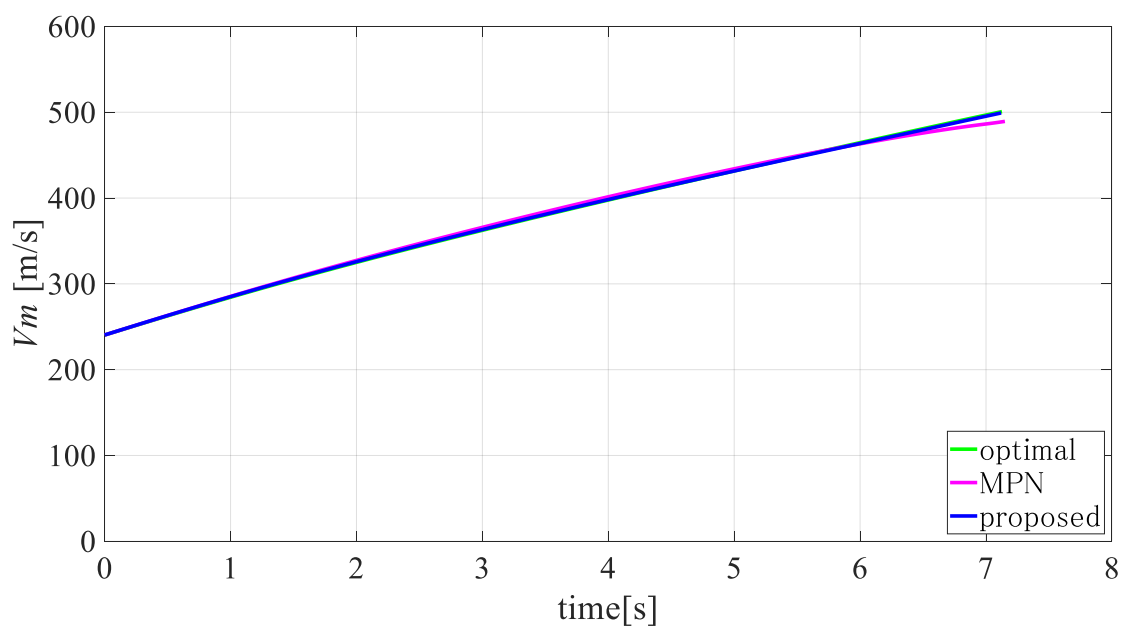


Fig. 5-7 速度の時間履歴

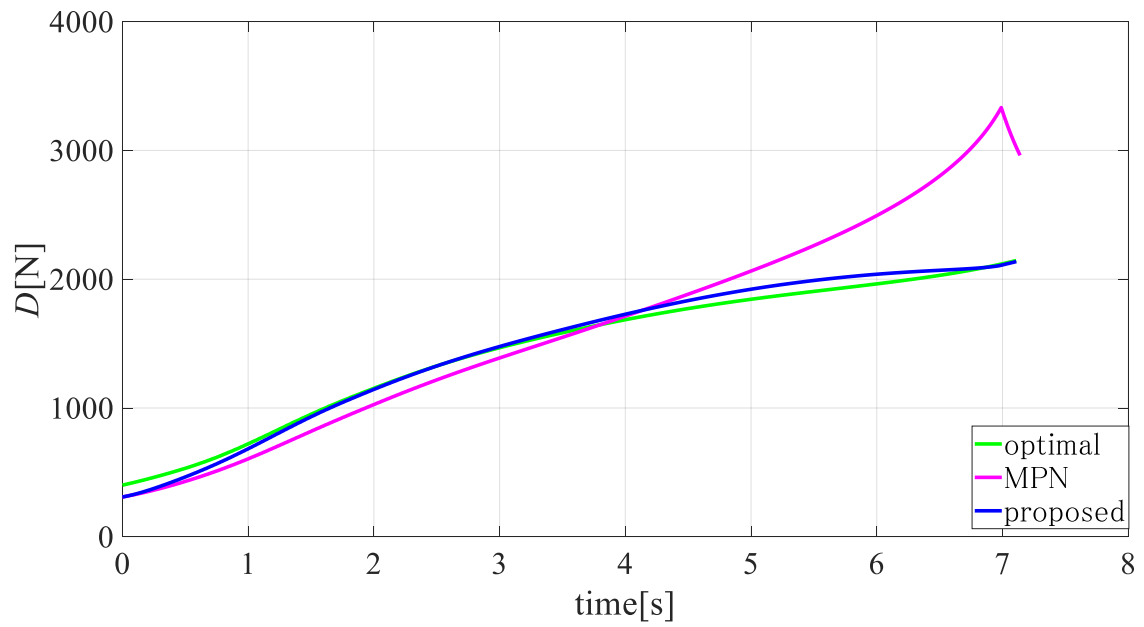


Fig. 5-8 抗力の時間履歴

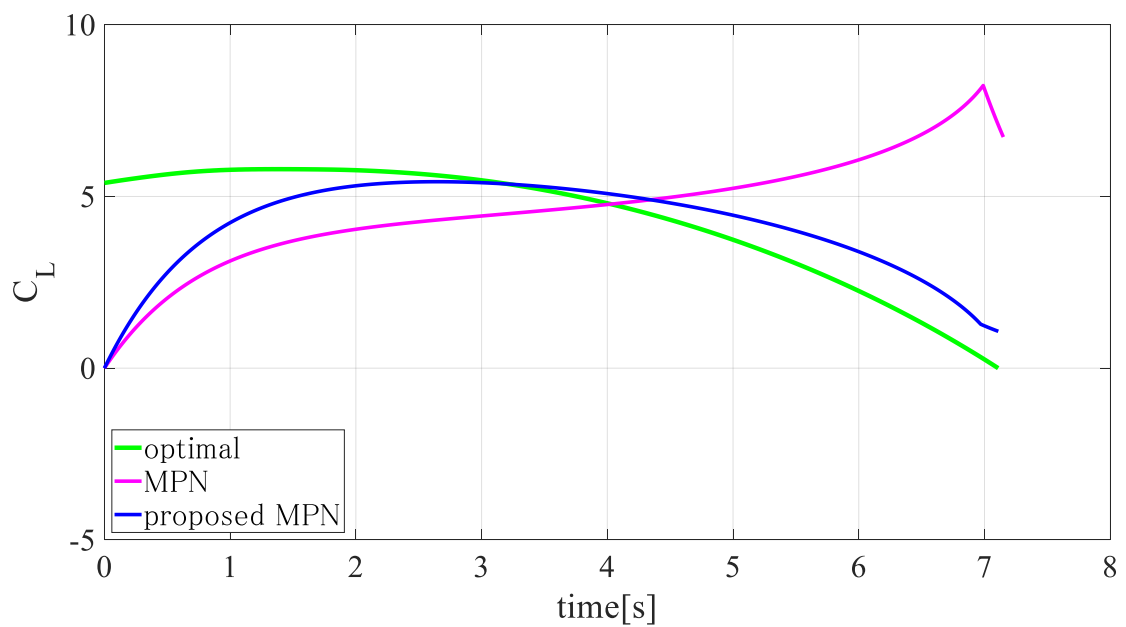


Fig. 5-9 揚力係数の時間履歴

Fig. 5-4 は飛翔体と目標物体の軌道をそれぞれ示す。赤い実線は目標物体、ライトグリーン、マゼンタ、青の実線はそれぞれ飛翔体の最適化計算による軌道、従来の Modified PN による軌道、提案誘導則による軌道をそれぞれ示す。Fig. 5-4 より、従来の Modified PN と提案誘導則による誘導はともに飛翔体と目標物体を会合させていることがわかる。一方で、従来の Modified PN による軌道が、飛行を通して最適化計算から得られる軌道と離れているのに対して、提案誘導則による軌道は最適化計算による軌道にほぼ一致していることがわかる。これは、Fig. 5-2, Fig. 5-3 を用いたゲイン β_2 が最適化計算から得られる β'_2 にほぼ一致しているためであると考えられる (Fig. 5-6)。

Fig. 5-5 は飛翔体の指令横加速度と横加速度の時間履歴を示す。ライトグリーンの実線は、最適化計算による横加速度、マゼンタ及び青の鎖線は従来の Modified PN と提案誘導則による指令横加速度、マゼンタと青の実線は Modified PN と提案誘導則による横加速度をそれぞれ示す。Fig. 5-5 に示す通り、提案誘導則と従来の Modified PN による指令横加速度は、飛行の初期において最適化計算による横加速度より低い値をとっていることがわかる。これは、飛翔体のシステムに遅れがあり、飛行開始時の飛翔体の横加速度が 0 であるためである。また、従来の Modified PN から得られる指令横加速度、横加速度は最適化計算によるものと会合まで一致しないのに対して、提案誘導則による指令横加速度、横加速度は約 1[s] で最適化計算より得られる値に一致していることがわかる。これは、提案誘導則による飛翔体の軌道を飛行開始後、速やかに最適化計算から得られる軌道に一致させることができた要因であると考えられる。

Fig. 5-6 は β_1 , β_2 , β'_2 の時間履歴を示す。ライトグリーンの実線、マゼンタの実線、青い実線はそれぞれ最適化計算 (β'_2)、従来の Modified PN (β_1)、提案誘導則 (β_2) のゲインの時間履歴を示す。従来の Modified PN は飛翔体の加速度を一定と仮定しているため、最適化計算による結果と最後まで離れている。一方で、提案誘導則のゲインは、発射直後の値がずれてはいるものの、0.7[s] 以降、その差はなくなっており、Fig. 5-2, Fig. 5-3 から得られるゲインによって β_2 を β'_2 に近づけられていることがわかる。 β_2 は飛翔体の飛行開始時、約 0.4 の値をとっており、PPN の成分が存在していることがわかるが、その後急激に減少して 4[s] 付近で 0 に近い値となっている。 $\beta_2 = 0$ は Pure PN による誘導を意味する。このことから、それぞれの誘導則において、飛行の前半において PPN の成分を用いて誘導を行い、時間の経過とともにその割合を減らしていることがわかる。

Fig. 5-7 と Fig. 5-8 は、飛翔体の速度と抗力の時間履歴をそれぞれ示す。ライトグリーンの実線が最適化計算、マゼンタの実線が従来の Modified PN、青い実線が提案誘導則によるものである。Fig. 5-7 の速度のグラフからは、飛行の前半における違いは見取れない。一方で、Fig. 5-8 からわかるように最適化計算の結果と提案誘導則では、飛翔前半で従来の Modified PN と比べて抗力の値が大きくなっていることがわかる。逆に、速度が増加する飛行の後半において最適化計算結果と提案誘導則の抗力は従来の Modified PN のそれと比べて抑えられている。これが、Fig. 5-7 における会合直前での速度の差を生じさせた原因と考えられる。

Fig. 5-9 は揚力係数の時間履歴を示し、ライトグリーンの実線、マゼンタの実線、青い実線はそれぞれ、最適化計算、従来の Modified PN、提案誘導則による値をそれぞれ示す。グラフからわかるように、飛翔体は、飛行開始時、揚力係数を使用していないため、0[s] における従来の Modified PN と提案誘導則の揚力係数の値は、最適化計算から得られる値と大きく異なる。一方で、提案誘導則の揚力係数は 2[s] 以降、最適化計算の値と近くなるが、従来の Modified PN によるものは会合直前にブラインド距離に入るまで増加している。これが、誘導抵抗の値を大きくした原因であると考えられる。

【5-3-2】 $\Gamma = 60[\text{deg}]$ の場合

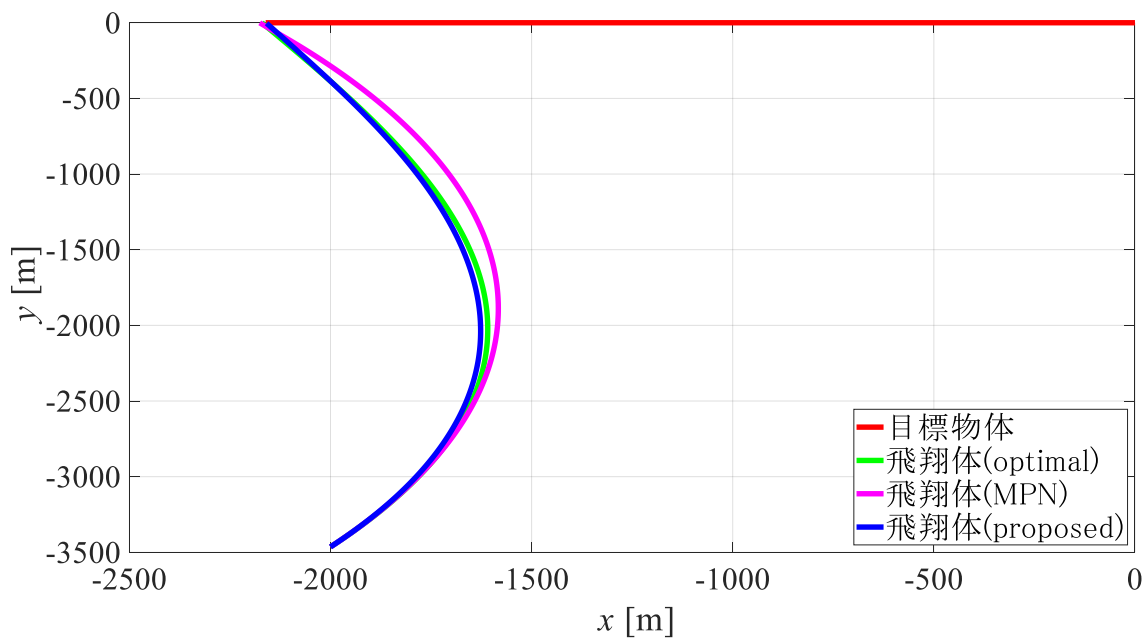


Fig. 5-10 飛翔体と目標物体の軌道

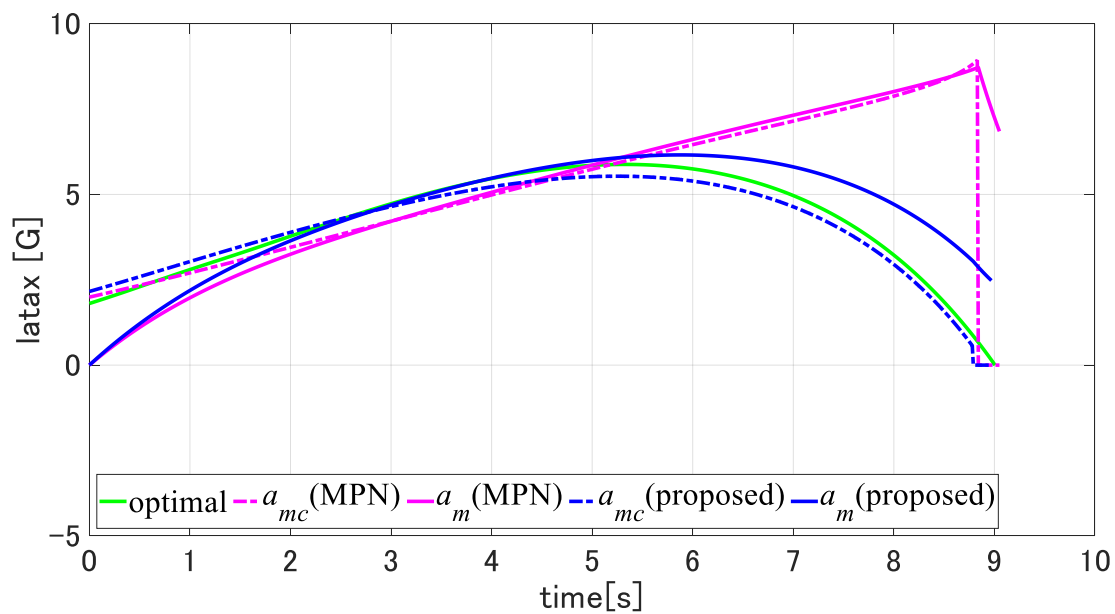


Fig. 5-11 指令横加速度と横加速度の時間履歴

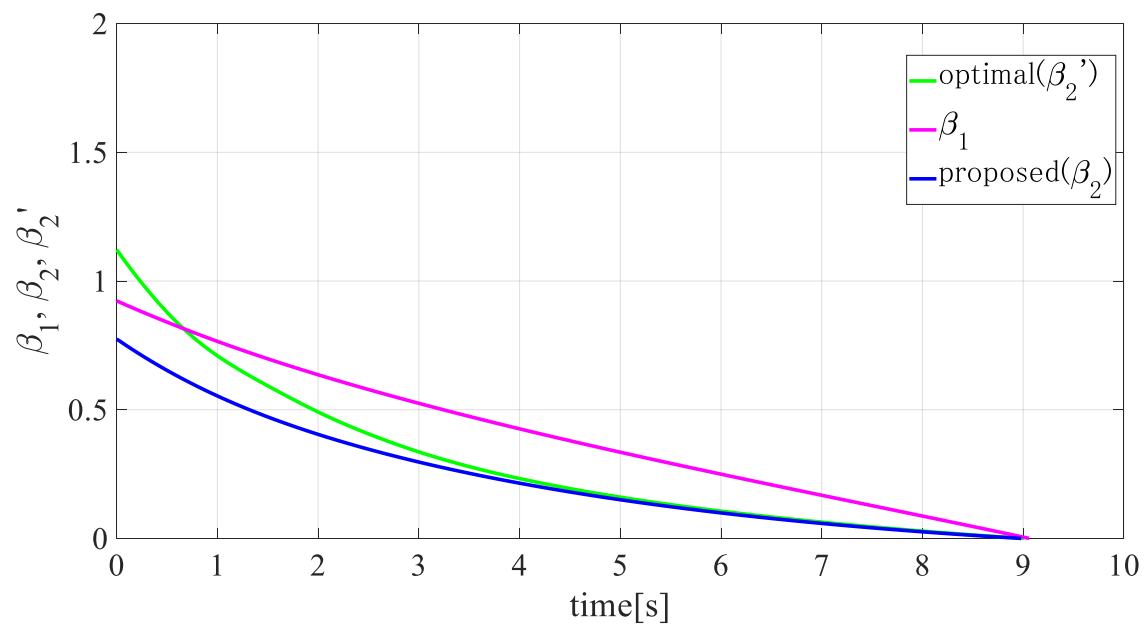


Fig. 5-12 $\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴

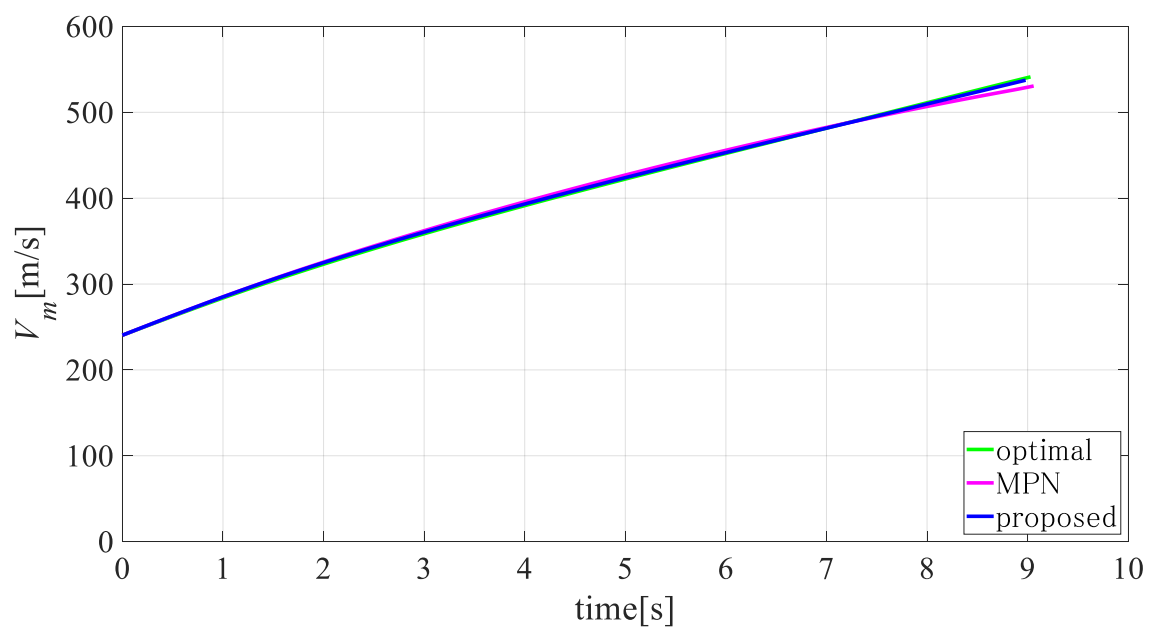


Fig. 5-13 速度の時間履歴

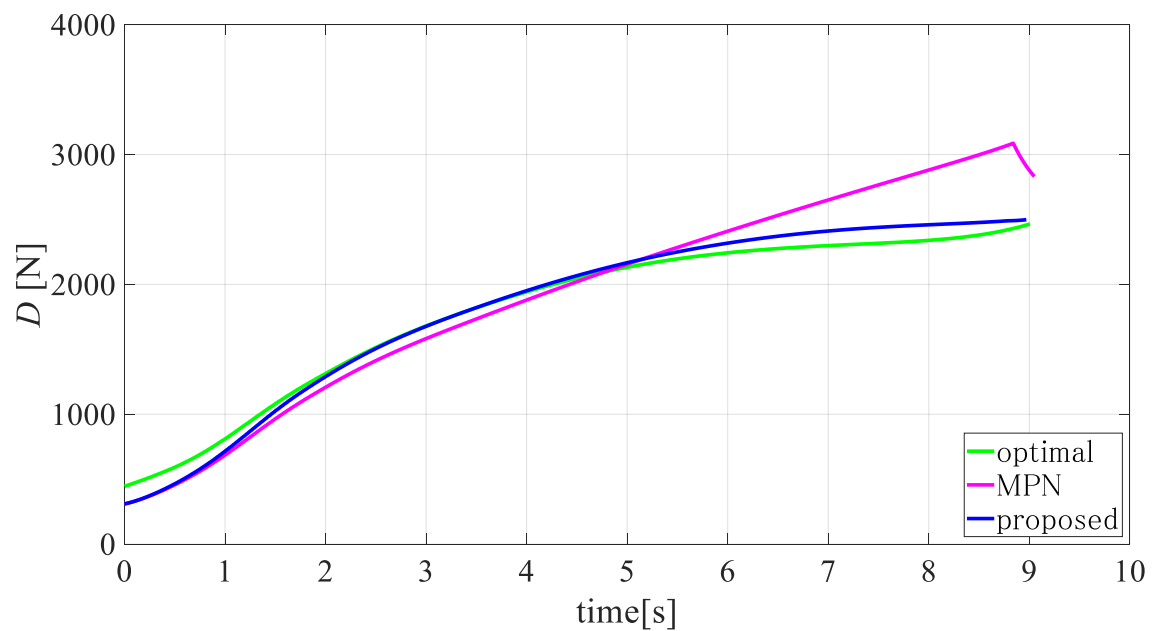


Fig. 5-14 抗力の時間履歴

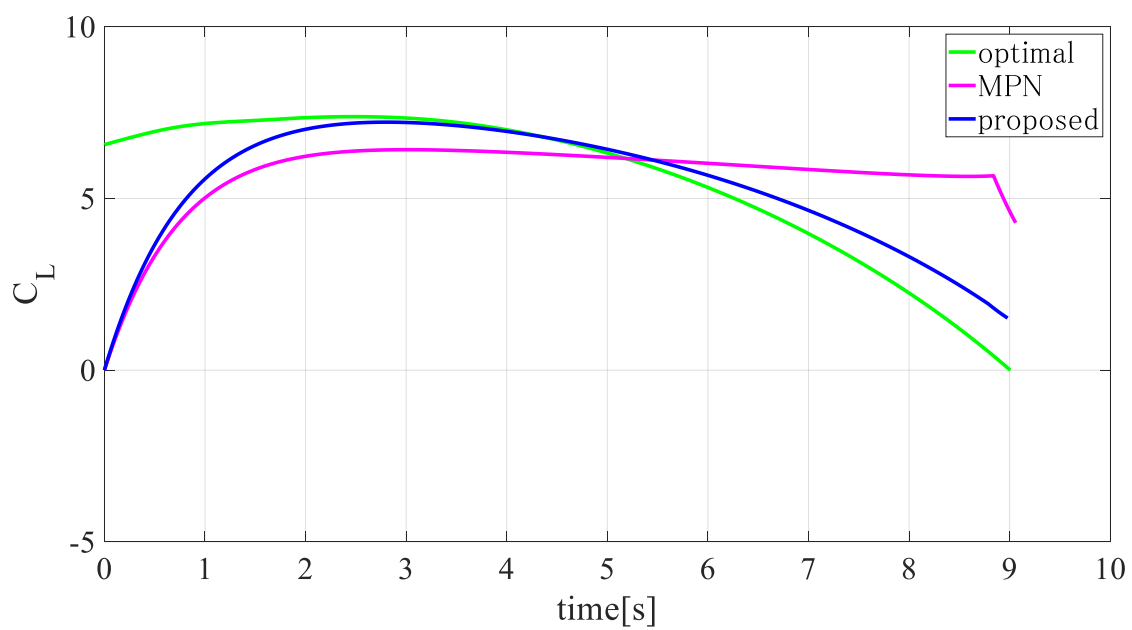


Fig. 5-15 揚力係数の時間履歴

Fig. 5-10 から Fig. 5-15 は、 $\Gamma = 60[\text{deg}]$ とした場合の数値シミュレーション結果である。 $\Gamma = 30[\text{deg}]$ の場合よりも飛行体の初期経路角と会合地点方向への角度の差が大きいことから、 $\Gamma = 30[\text{deg}]$ の場合よりも軌道が湾曲している。 $\Gamma = 30[\text{deg}]$ の場合と比べて、軌道が大きく湾曲するため、従来の Modified PN による軌道は飛行開始直後は最適化計算による軌道と近いが、飛行時間の経過とともに軌道が離れていることがわかる。一方で、提案誘導則の軌道は、飛行の中盤において一部、軌道が最適化計算による軌道と離れる部分があるが、飛行の後半で最適化計算による軌道に近づいている。これは、Fig. 5-11 からわかるように、提案誘導則による指令横加速度が最適化計算から得られる値に近い数値を出しているからである。一方、従来の Modified PN による指令横加速度は、ブラインド距離に入るまで増加を続けている。これが、軌道のずれを生じさせた原因であると考えられる。

Fig. 5-12 からは、飛行開始時に β_1 と β_2 が β'_2 と異なる値をとっているが、 β_2 は飛行時間の経過とともに β'_2 との差を縮めていることがわかる。一方で、従来の Modified PN による β_1 は0.7[s]までは β'_2 の差を縮めていることがわかるが、それ以降、差が広がっている。これが、軌道を徐々に最適化計算によるものから遠ざけた原因であると考えられる。

Fig. 5-14, Fig. 5-15 からは、飛行体に発生する誘導抵抗の時間履歴がわかる。 $\Gamma = 30[\text{deg}]$ の場合と同様に、最適化計算による結果と提案誘導則は比較的速度が低い間に横加速度を発生させ軌道を会合点方向に向けて修正している。一方で、従来の Modified PN は軌道修正を開始するのが遅く、更に揚力係数を下げずに飛行を続けている。このため発生する抗力が大きくなったと考えられる。また、抗力の影響は速度の減少につながり Fig. 5-13 に示す通り、終端での速度の差を生じさせている。

【5-3-3】 $\Gamma = 90[\text{deg}]$ の場合

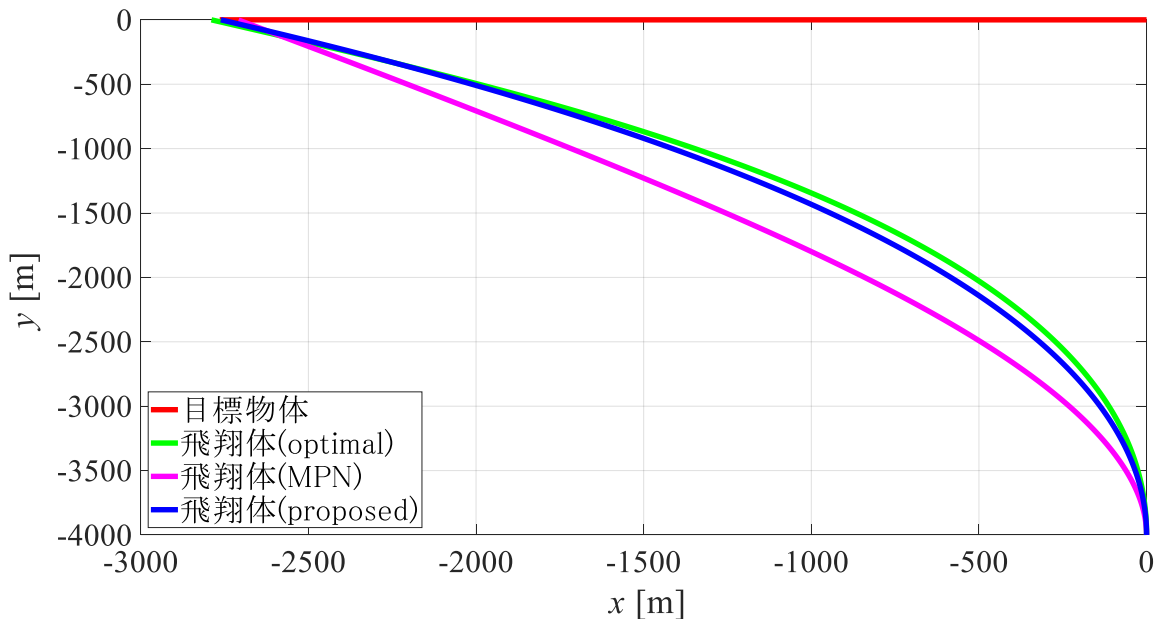


Fig. 5-16 飛行体と目標物体の軌道

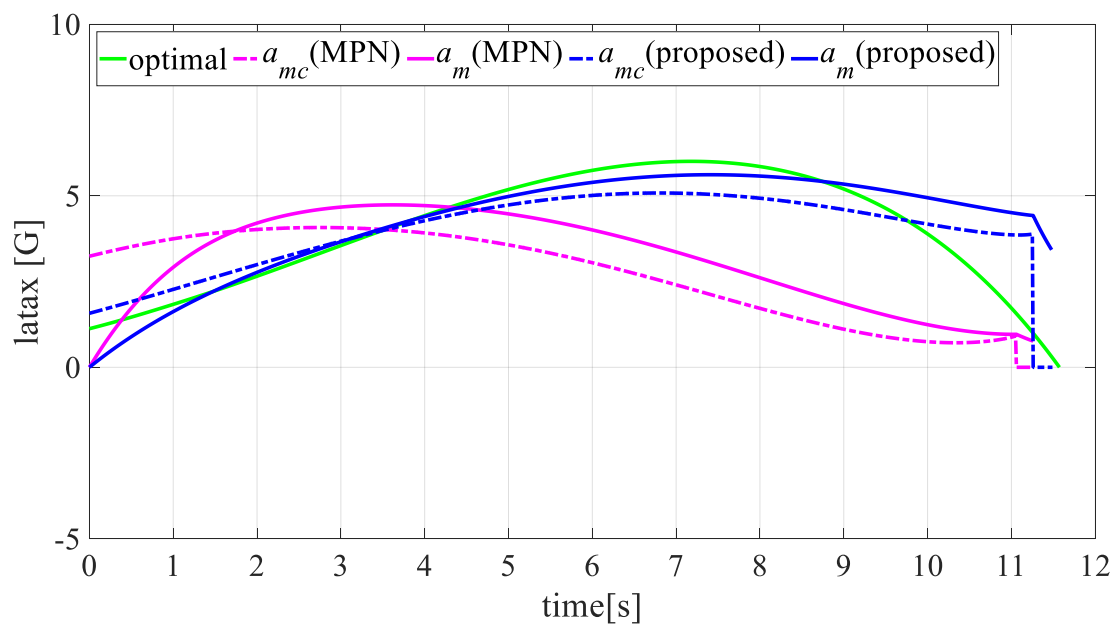


Fig. 5-17 指令横加速度と横加速度の時間履歴

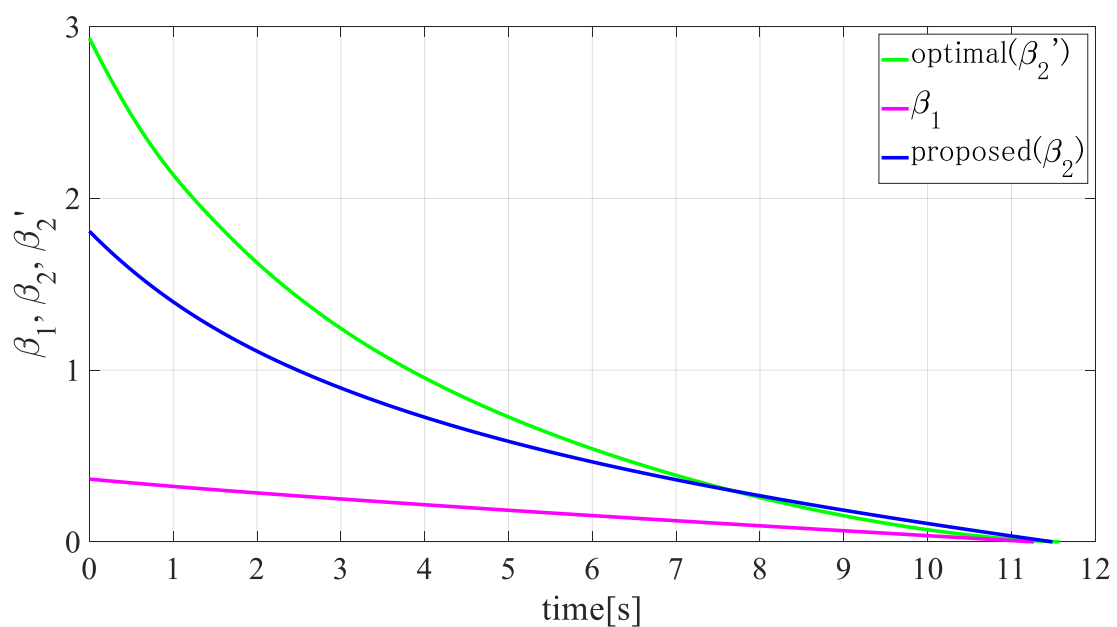


Fig. 5-18 β_1 , β_2 , β_2' の時間履歴

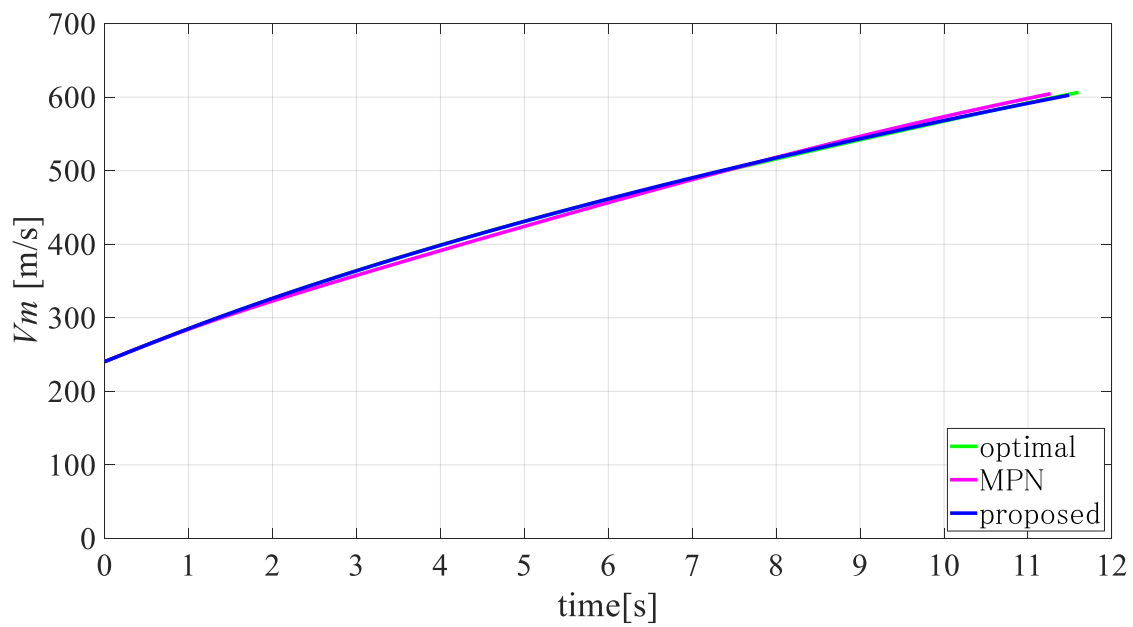


Fig. 5-19 速度の時間履歴

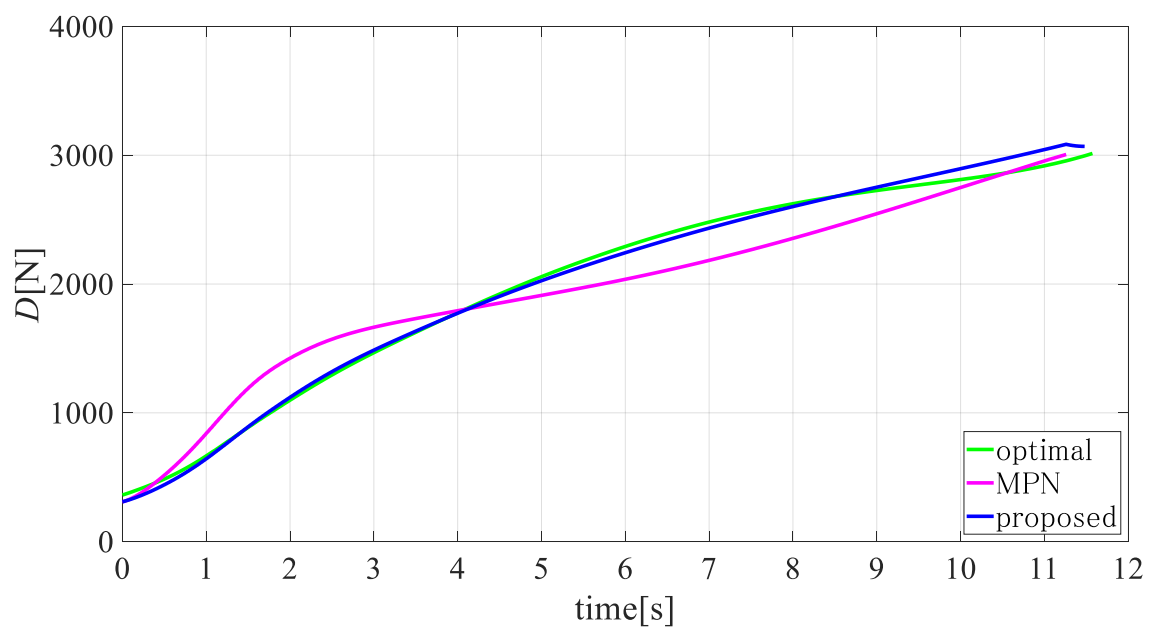


Fig. 5-20 抗力の時間履歴

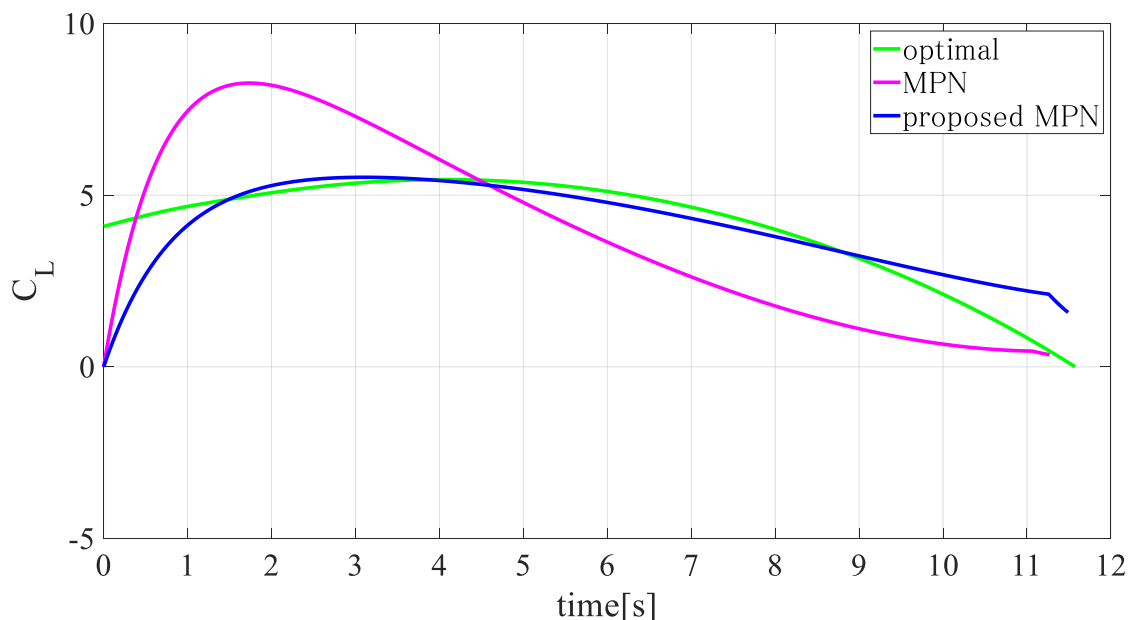


Fig. 5-21 揚力係数の時間履歴

Fig. 5-16 から Fig. 5-21 は, $\Gamma = 90[\text{deg}]$ とした場合の数値シミュレーション結果である. Fig. 5-16 から, 提案誘導則による軌道は, 飛行の中盤, 最適化計算による軌道から離れているが, 会合地点が近づくに伴い, その軌道の差を減少させていることがわかる. 一方で, 従来の Modified PN による軌道は, 飛行開始直後から最適化計算による軌道から離れていることがわかる. その差は, 会合地点付近まで近づくことはない. これは, 提案誘導則が Fig. 5-2, Fig. 5-3 から得られるゲインを用いて Fig. 5-18 に示すように β_2 の値を β'_2 近づけられたことが要因である. 飛行初期において, β_2 と β'_2 が離れているが軌道に大きな差が生じなかったのは, 飛行速度が比較的小さい期間であったことが要因であると考えられる. 一方で, 飛行速度が小さいにもかかわらず従来の Modified PN の軌道が離れた原因は, β_2 と β'_2 の誤差に比べて β_1 の β'_2 の誤差が大きいためである.

$\Gamma = 90[\text{deg}]$ の場合, $\Gamma = 30, 60[\text{deg}]$ の場合と比べて従来の Modified PN の β_1 が飛行開始時から小さい値をとっている. そのため PPN の成分は飛行初期から少なく, 早い時期から Pure PN の成分によって軌道を変更していることがわかる (Fig. 5-17, Fig. 5-21). 速度が小さい期間に軌道を大きく変更したことが, 飛行終端での誘導抵抗を小さくした原因であると考えられる. 最適化計算による飛行と, 最適化計算に近い軌道を目指した提案誘導則は, 揚力係数の二乗時間積分を最小とする軌道を目指したため, 速度の増加による誘導抵抗の影響を加味していないことが, 飛行終端での誘導抵抗増加の原因である. 一方で, 揚力係数の使用が誘導抵抗の増加に直接的に影響することは事実であるため, 最適化計算と提案誘導則による結果は, 誘導抵抗を飛行終端に比較的多く発生させているが, 従来の Modified PN と差はわずかである.

【5-3-4】 $\Gamma = 120[\text{deg}]$ の場合

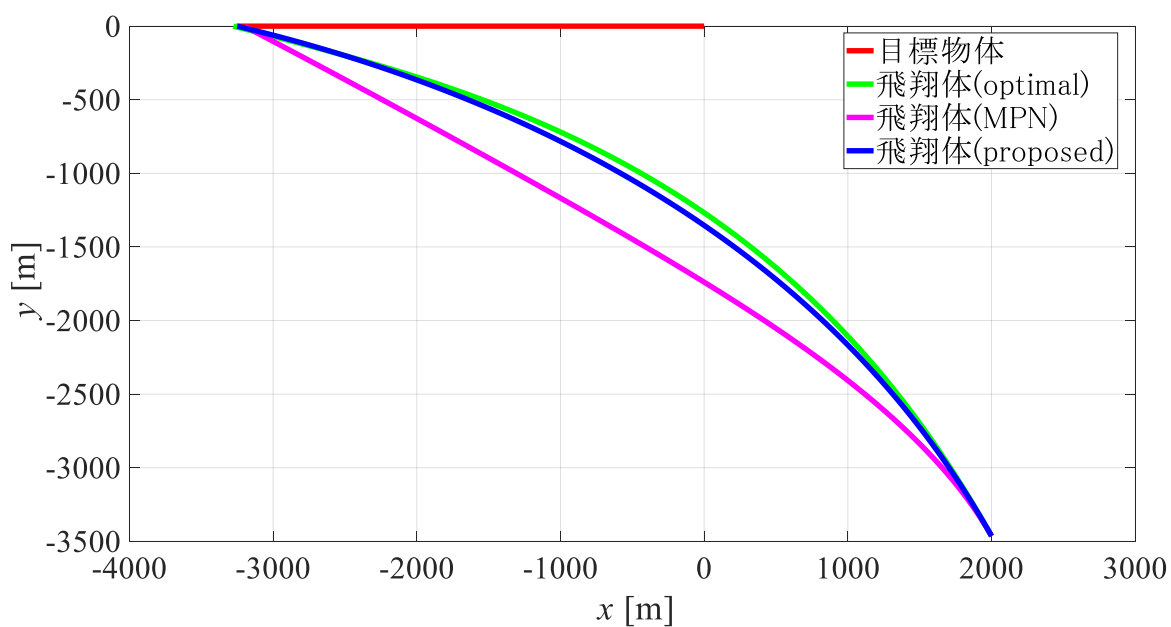


Fig. 5-22 飛翔体と目標物体の軌道

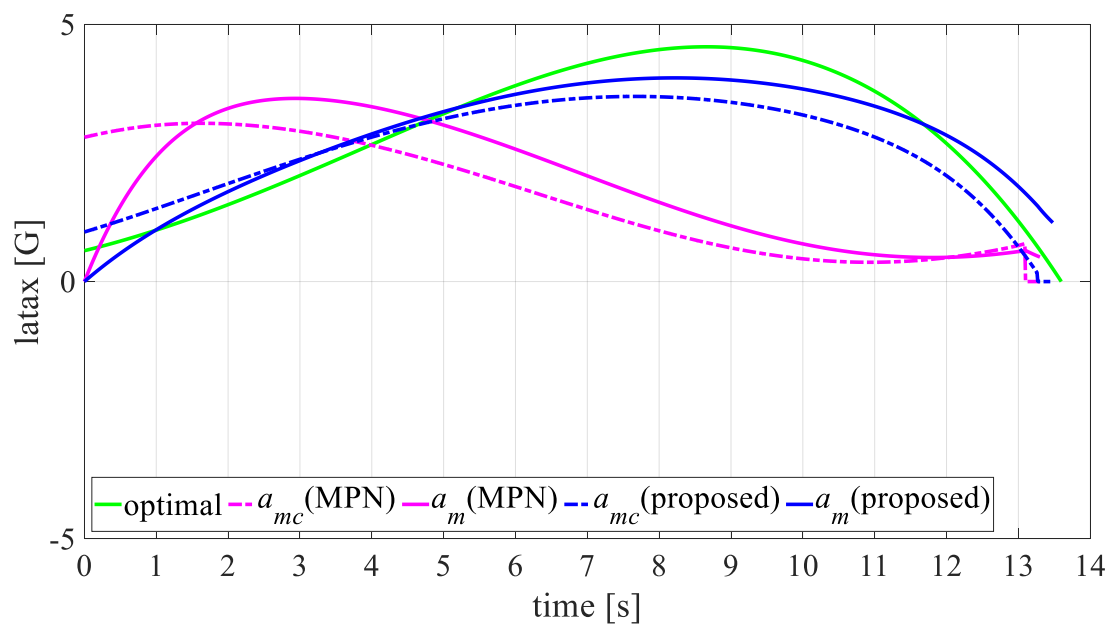


Fig. 5-23 指令横加速度と横加速度の時間履歴

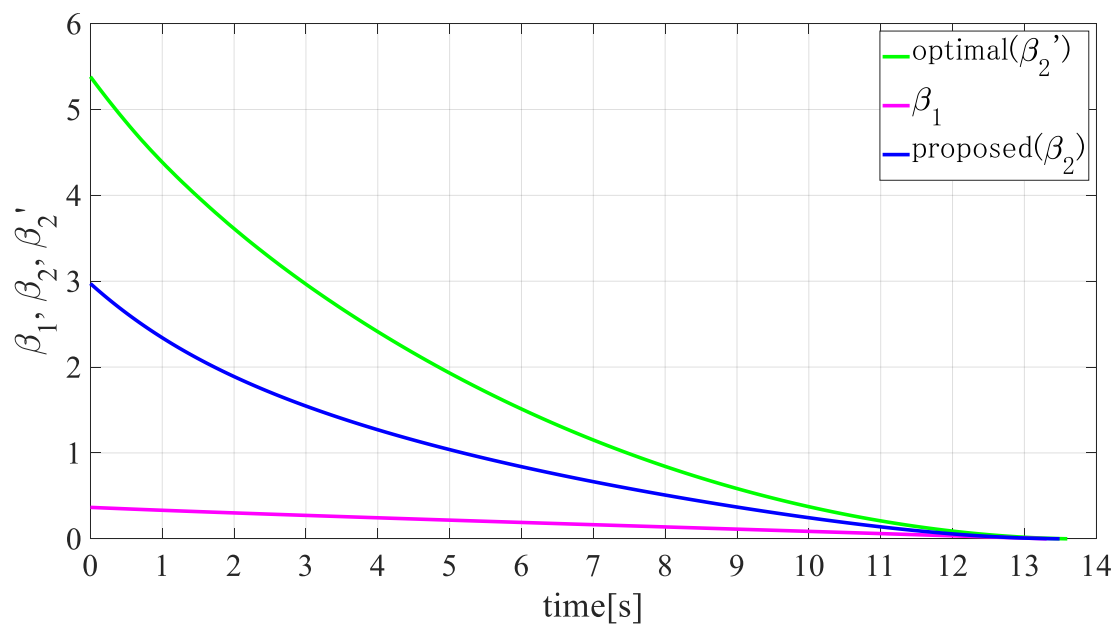


Fig. 5-24 $\beta_1, \beta_2, \beta_2'$ の時間履歴

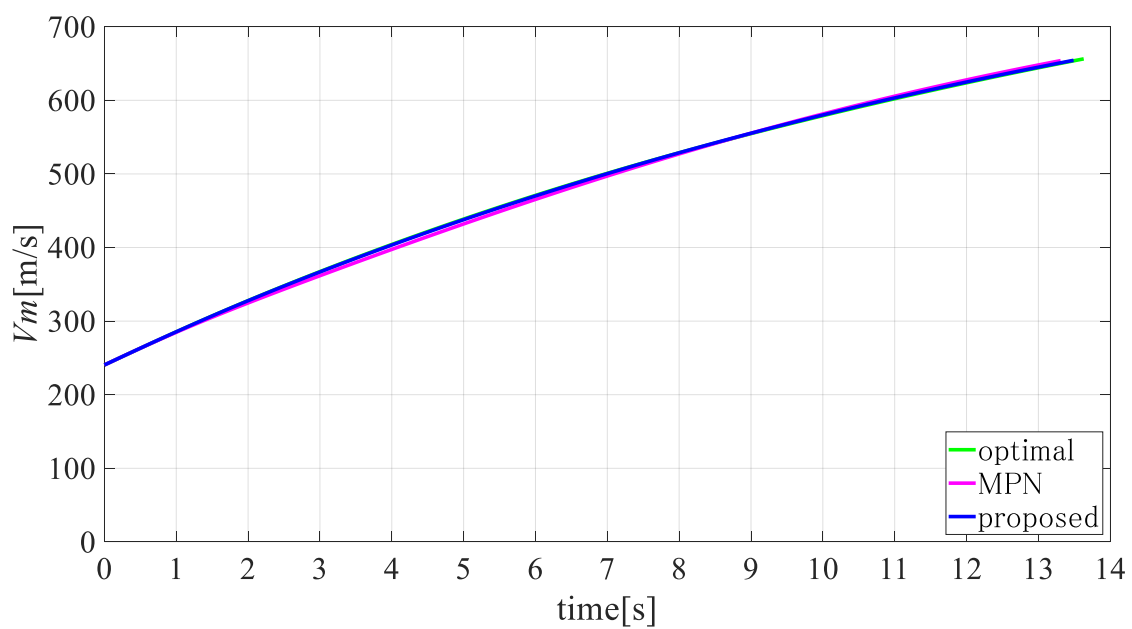


Fig. 5-25 速度の時間履歴

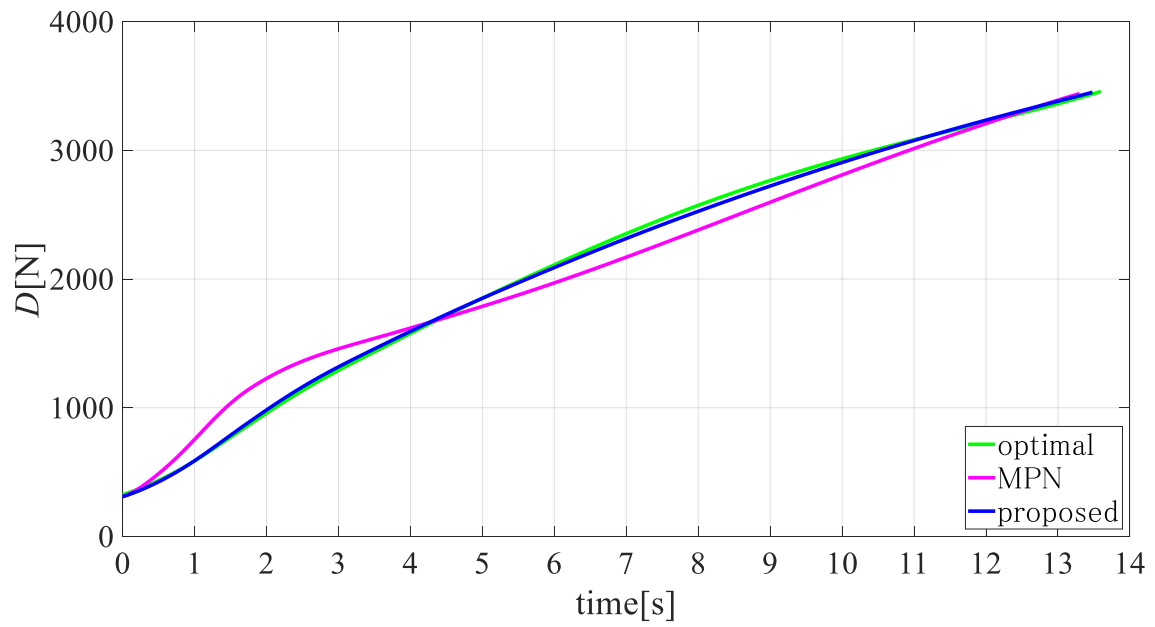


Fig. 5-26 抗力の時間履歴

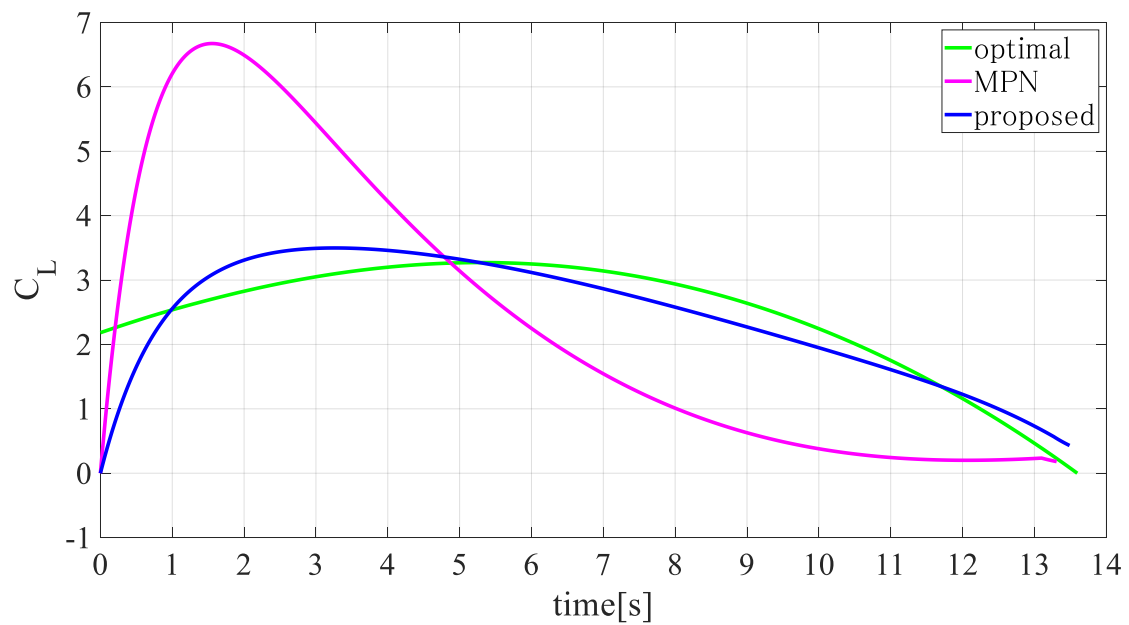


Fig. 5-27 揚力係数の時間履歴

Fig. 5-22 から Fig. 5-27 は、 $\Gamma = 120[\text{deg}]$ とした場合の数値シミュレーション結果を示す。Fig. 5-22 から、 $\Gamma = 120[\text{deg}]$ とした場合も従来の Modified PN による軌道は $\Gamma = 90[\text{deg}]$ とした場合と同様に最適化計算による軌道から離れている。これは、Fig. 5-23, Fig. 5-24, Fig. 5-27 からわかるように、飛行開始直後から大きな指令横加速度の値をとっているためであり、これは、 β_1 が 0 に近い値をとっていることが原因である。Fig. 5-25, Fig. 5-26 から、会合時間が一番短く、会合直前の誘導抵抗の値を減らしているが、速度は他の誘導則に比べて小さい値となっている。

従来の Modified PN は抗力、速度のグラフの終端の値だけ見るとほかの誘導則と大きな違いはないものの、Fig. 5-23, Fig. 5-27 に示す横加速度と揚力係数のグラフから、出力値に大きな波があり、機体に負担をかける飛行となっていることがわかる。一方で、最適化計算と提案誘導則による出力は、急激な増減はなく、機体に比較的負担がかからない飛行であるといえる。

【5-3-5】 $\Gamma = 150[\text{deg}]$ の場合

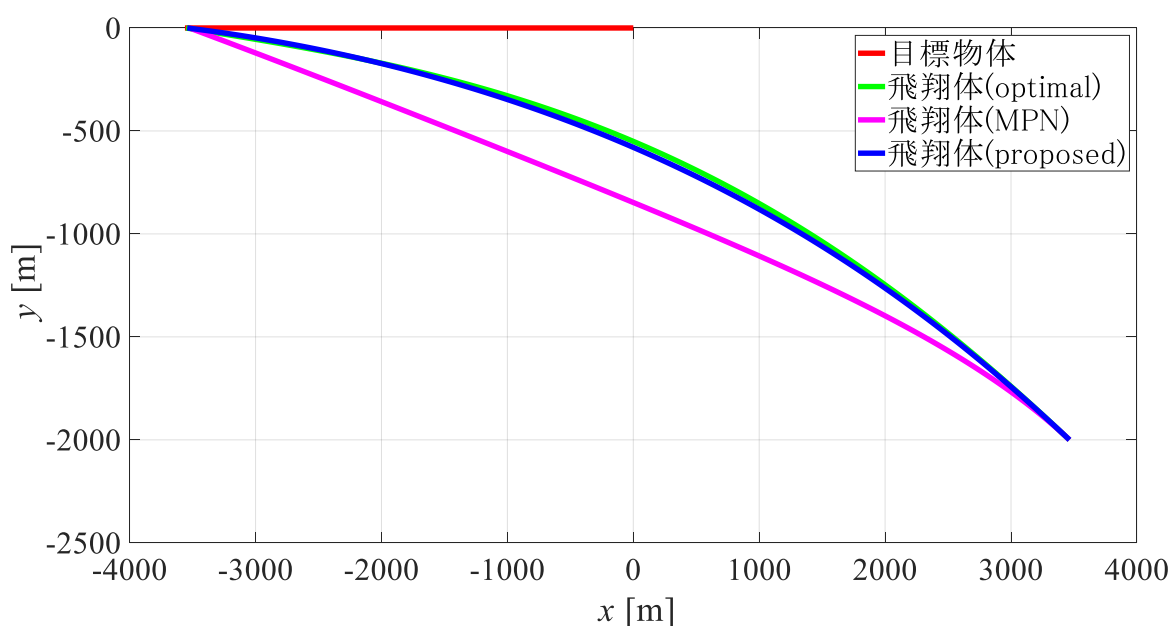


Fig. 5-28 飛翔体と目標物体の軌道

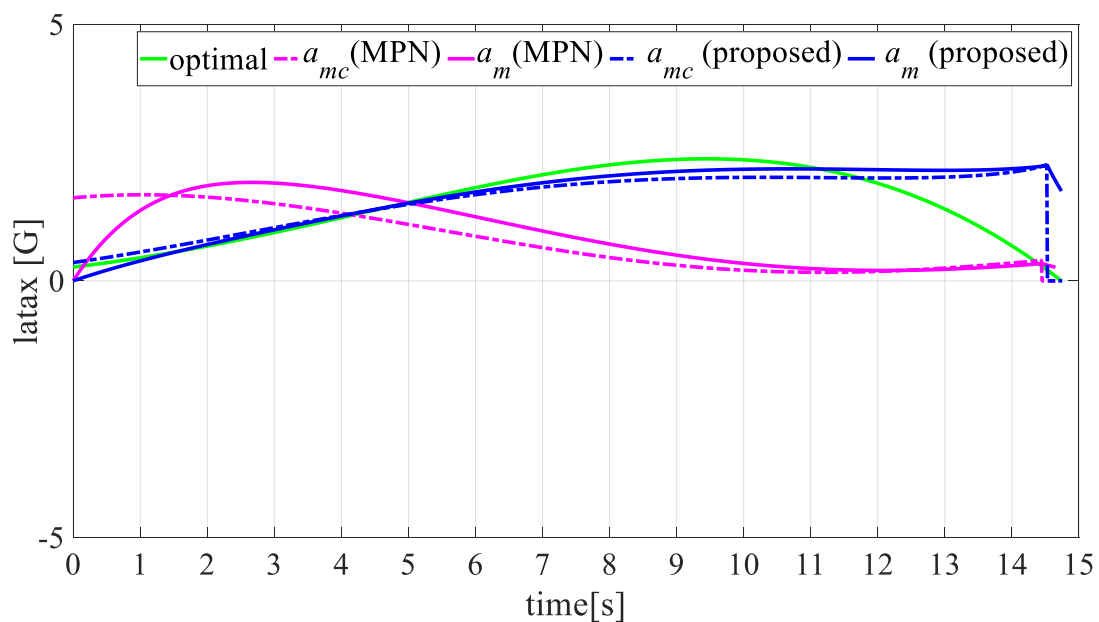


Fig. 5-29 指令横加速度と横加速度の時間履歴

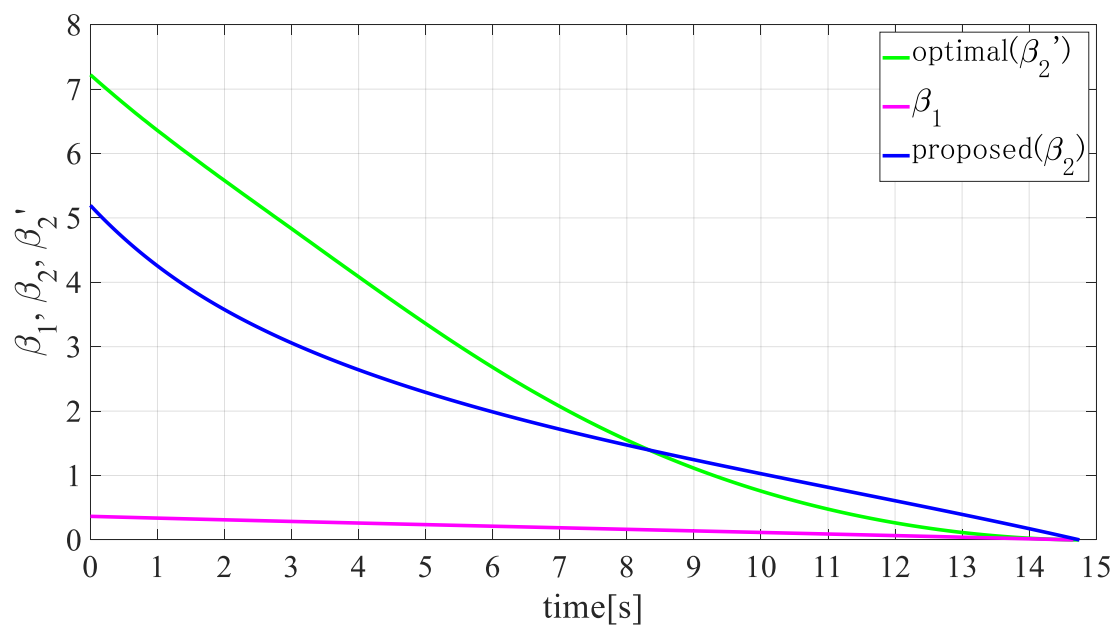


Fig. 5-30 β_1 , β_2 , β_2' の時間履歴

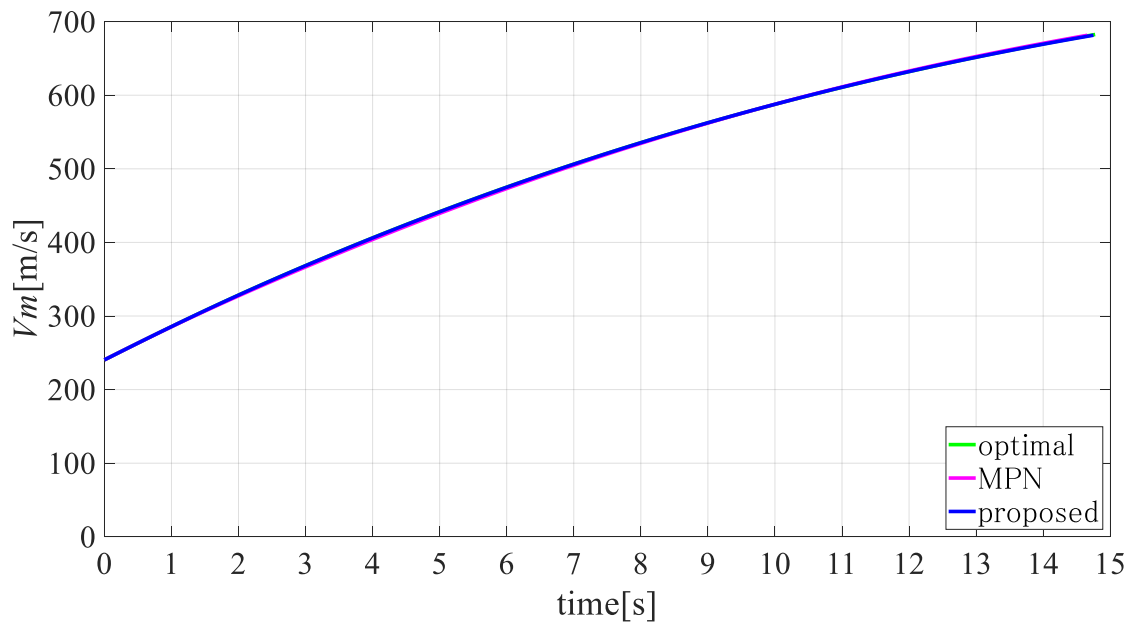


Fig. 5-31 速度の時間履歴

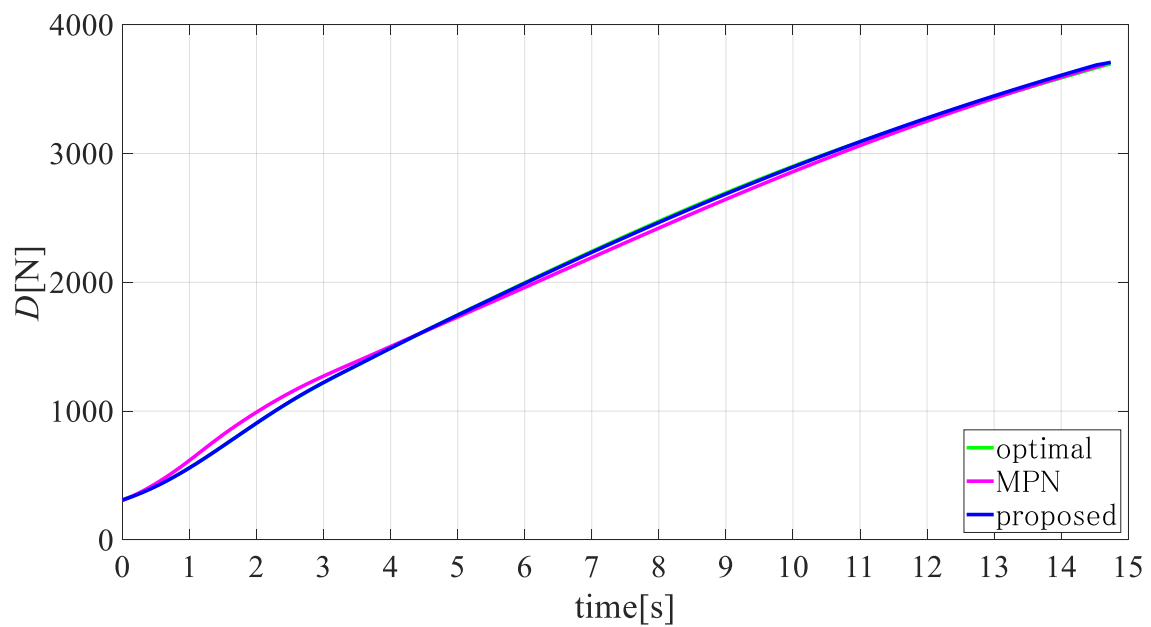


Fig. 5-32 抗力の時間履歴

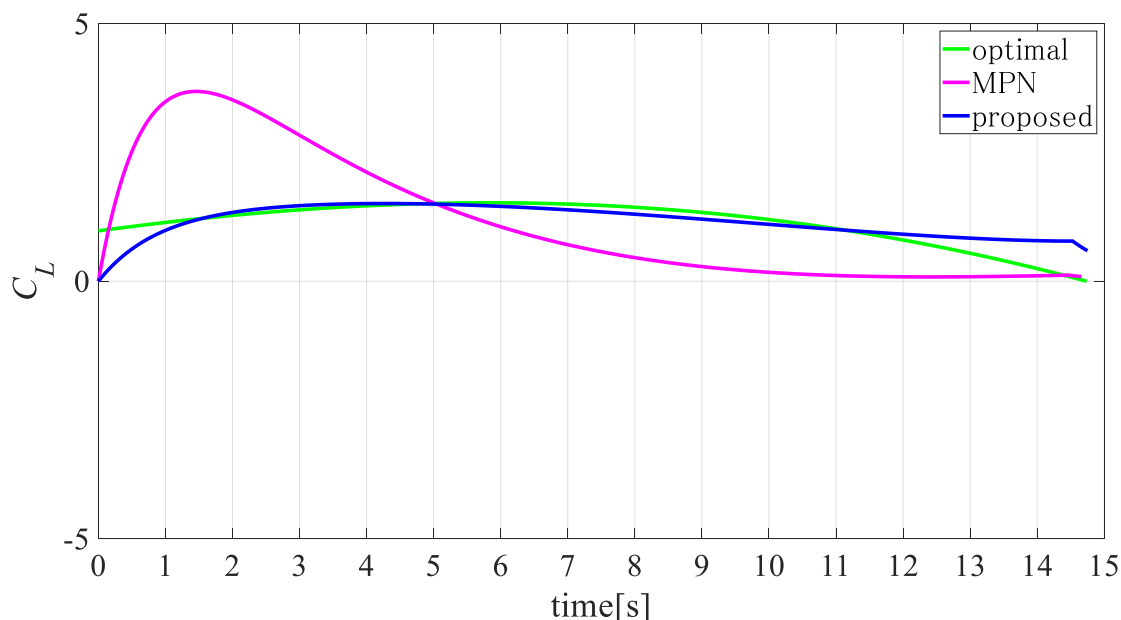


Fig. 5-33 揚力係数の時間履歴

Fig. 5-28 から Fig. 5-33 は、 $\Gamma = 150[\text{deg}]$ とした場合の数値シミュレーション結果を示す。Fig. 5-28 から、最適化計算の軌道と提案誘導則による軌道は、極めて近くなっていることがわかる。一方で、従来の Modified PN による軌道は、会合直前まで最適化計算による軌道に近づかないことがわかる。これは、 $\Gamma = 120[\text{deg}]$ の場合と同様に、従来の Modified PN が飛行開始直後から β_1 の値を0に近くしているために Modified PN の PPN の成分がほとんど発生していないことが原因である。飛行体の飛行開始位置は、目標物体の後方であり、初期の相対速度が遅い。Pure PN は、相対速度が遅い場合、会合三角形を多くして LOS レートの増加を防ごうとする。そのため、飛行開始時に大きな揚力係数と横加速度を発生させていると考えられる (Fig. 5-29, Fig. 5-33)。その後、飛行体の速度増加と共に LOS レートは減少し始める。それが原因となって揚力係数、横加速度を急激に減じていると考えられる。このように、従来の Modified PN は速度増加による横加速度の増減を防ぐ目的で考案されたが、最適性を加味していないため速度増加分を一定で近似した場合、Modified PN の効果が薄れることがわかる。一方で、最適性を加味して提案誘導則は、飛行体の速度方向の加速度を加味した誘導則であり、どの角度から飛行を開始した場合も横加速度（又は、揚力係数）の急激な増減が発生していない。

以下に、各数値シミュレーションにおける揚力係数の二乗時間積分の値をまとめる。

Table 5-2 揚力係数の二乗時間積分値

Γ	optimal	Modified PN	Proposed
30[deg]	0.86×10^4	1.57×10^4	1.34×10^4
60[deg]	1.42×10^4	2.91×10^4	2.89×10^4
90[deg]	0.77×10^4	2.63×10^4	2.10×10^4
120[deg]	0.27×10^4	1.48×10^4	0.91×10^4
150[deg]	0.06×10^4	0.21×10^3	0.10×10^3

Table 5-2 に示す通り、揚力係数の二乗時間積分値は、最適化計算の値が最小であり、提案誘導則、従来の Modified PN の順で大きくなっていることがわかる。

$\Gamma = 90[\text{deg}]$ までの場合，提案誘導則による速度の維持効果は明らかであり，会合直前での従来の Modified PN との差が生じている．一方で， $\Gamma = 90[\text{deg}]$ 以降，飛行の終端での速度及び誘導抵抗に大きな差は生じていない．しかし，飛行終端に至るまでの過程において，従来の Modified PN は指定横加速度や揚力係数に急激な増減を発生させている．

【5-4】 ミッドコース・ターミナルフェーズ

次に、ミッドコース・ターミナルフェーズにおける誘導法の数値シミュレーション結果について示す。これらのフェーズにおいては、提案する拡張 HGO と DDF を適用した誘導則（式(4.40)）を用いる。また、飛翔体はブーストフェーズ（ミッドコース・ターミナルフェーズまでの区間）において十分に加速された状態を想定しており、ミッドコース・ターミナルフェーズではサステナーにより一定の速度を維持できるものとし、誘導抵抗等による速度の増減はミッドコースフェーズ開始時の初速に比べて十分に小さいものとする。また、飛翔体の時定数の真値は重量（ロケットモーター推進剤）減少に伴って0.4[s]となっているものとする。数値シミュレーションでは時定数はブーストフェーズで用いた0.8[s]を用いて行い、提案手法である DDF による時定数の推定も初期値に0.8[s]を用いて行う。

目標物体の UDT の推定には提案手法である拡張 HGO を用いる。更に、拡張 HGO の有効性を示すためにカルマンフィルタ（補遺2参照）を用いた UDT 推定の結果と比較する。ミッドコース・ターミナルフェーズにおける設計パラメータを Table 5-3 に、比較のために用いるカルマンフィルタの設計パラメータを Table 5-3 に示す。

Table 5-3 初期条件と設計パラメータ

Parameter	Value	
V_m	2.0	[Mach]
x_{m0}	$-R \cos \Gamma$ (Fig. 5-1)	[m]
y_{m0}	$-R \sin \Gamma$ (Fig. 5-1)	[m]
γ_{m0}	Γ (Fig. 5-1)	[deg]
τ_m	0.4	[s]
$\max a_m$	40g	[m/s ²]
ζ	0.9	[-]
α_1	0.5×10^{-2}	[rad/s]
ω_f	1	[rad/s]
ε	0.5×10^{-2}	[-]
ε_t	1.0×10^{-2}	[-]
l_1	$2\zeta\omega_f/\varepsilon + 2V_c/R$	[1/s]
l_2	$R\omega_f^2/\varepsilon^2$	[m/s ²]
h_1	$2\zeta\omega_f/\varepsilon_t$	[rad/s]
h_2	$\omega_f^2/\varepsilon_t^2$	[rad ² /s ²]
無誘導期間	0.5	[s]
V_t	1.0	[Mach]
x_{t0}	0	[m]
y_{t0}	0	[m]
γ_{t0}	180	[deg]
a_t (for constant acceleration)	5g	[m/s ²]
a_t (for weaving motion)	$5g \sin(\pi t)$	[m/s ²]

Table 5-4 カルマンフィルタの設計パラメータ

Parameter	Value	
<for constant maneuver>		
Initial error covariance matrix (P_0)	$\begin{bmatrix} 1 \times 10^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \times 10^9 \end{bmatrix}$	
Variance for process noise	1×10^9	$[(\text{m/s}^3)^2]$
Variance for measurement noise	1×10^{-6}	$[(\text{rad/s})^2]$
<for constant maneuver>		
Initial error covariance matrix (P_0)	$\begin{bmatrix} 1 \times 10^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \times 10^5 \end{bmatrix}$	
Variance for process noise	1×10^9	$[(\text{m/s}^3)^2]$
Variance for measurement noise	1×10^{-6}	$[(\text{rad/s})^2]$

数値シミュレーションは、まず、ノイズがない場合のものをを行い、UDT および時定数の推定精度の確認を行う。その後、 a_m , R , V_c , λ に対する観測ノイズを加えた数値シミュレーションを行い、拡張 HGO と DDF を施した誘導則にノイズが与える影響について示す。

【5-4-1】 $\Gamma = 0[\text{deg}]$ かつ目標物体が一定横加速度で運動する場合

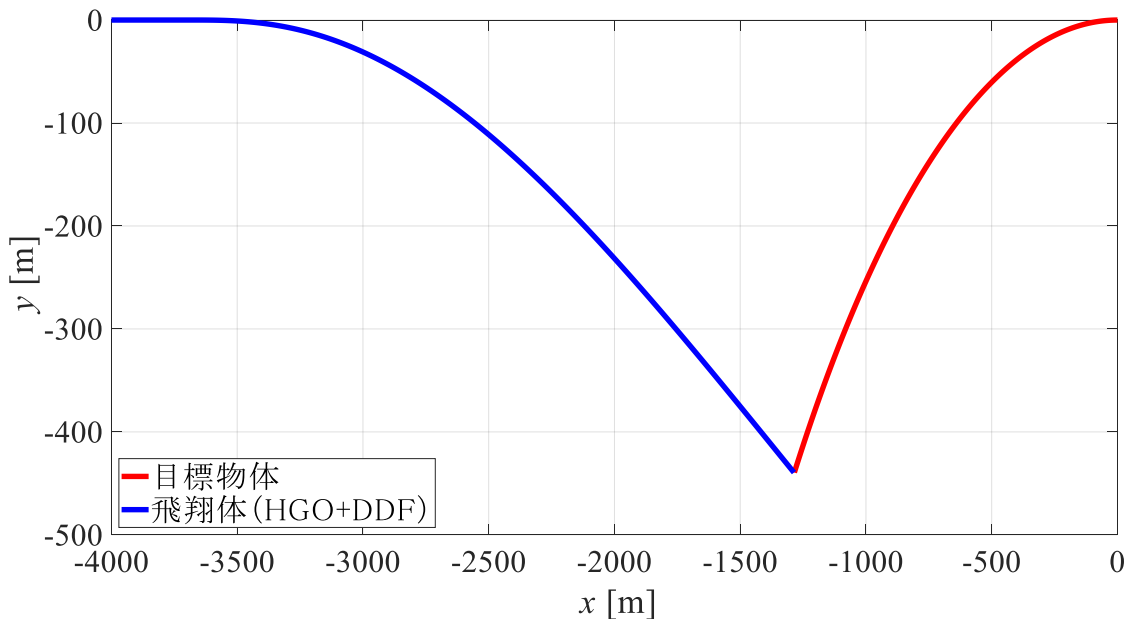


Fig. 5-34 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)

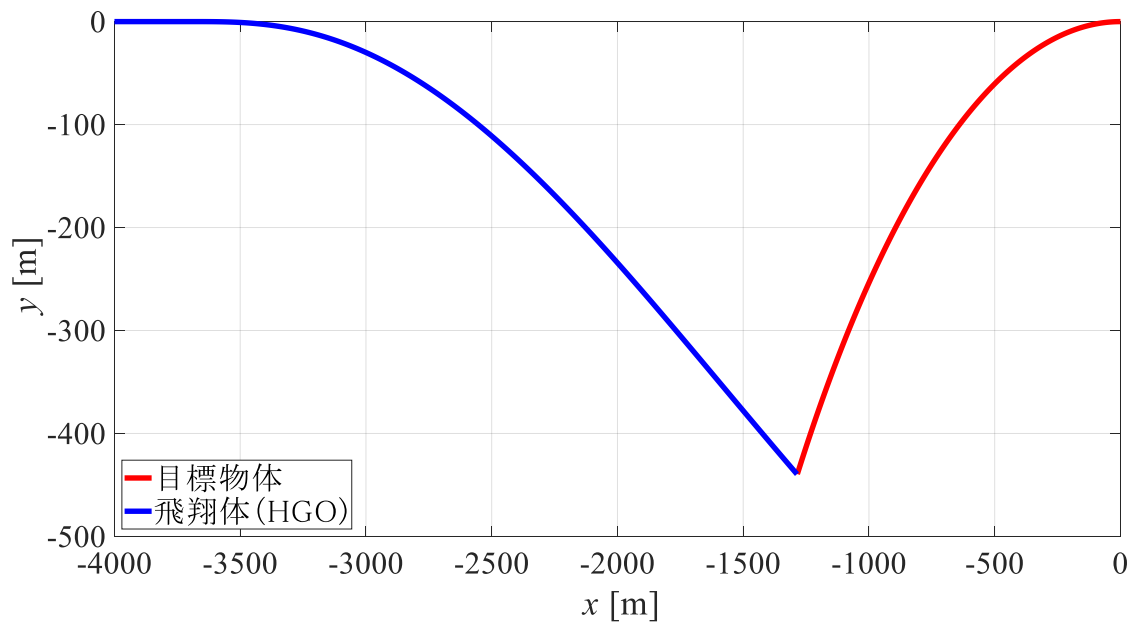


Fig. 5-35 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)

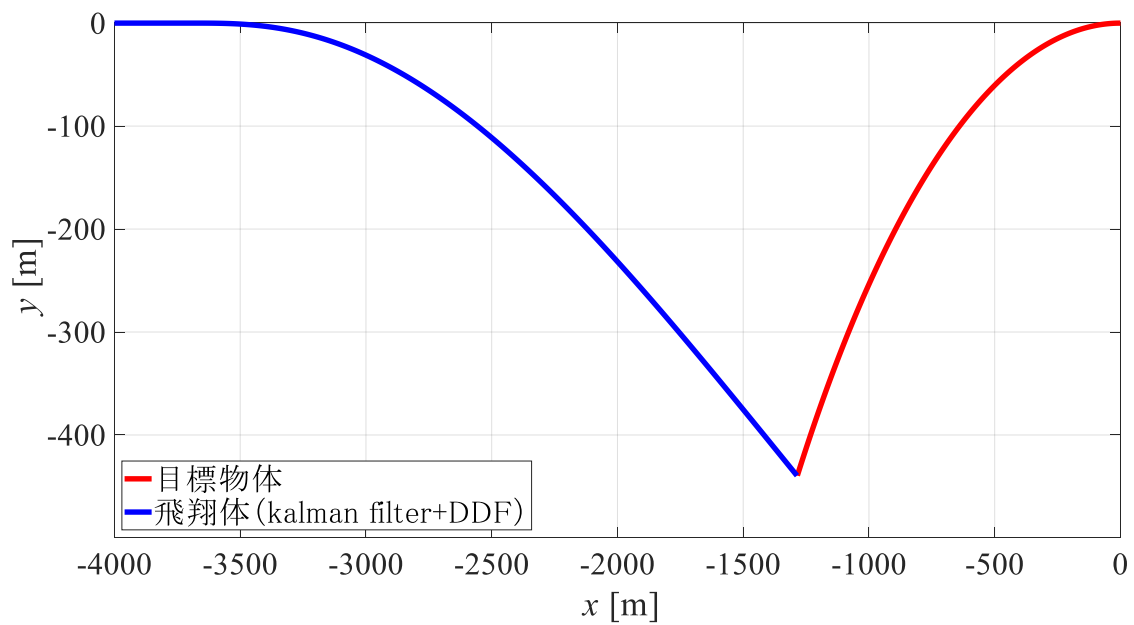


Fig. 5-36 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)

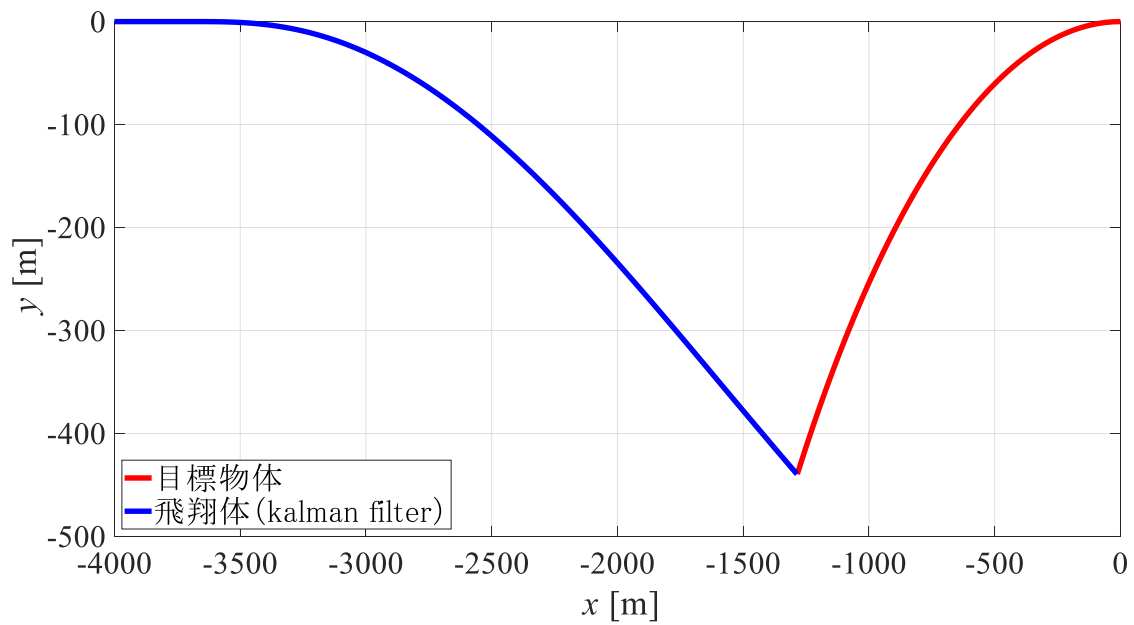


Fig. 5-37 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)

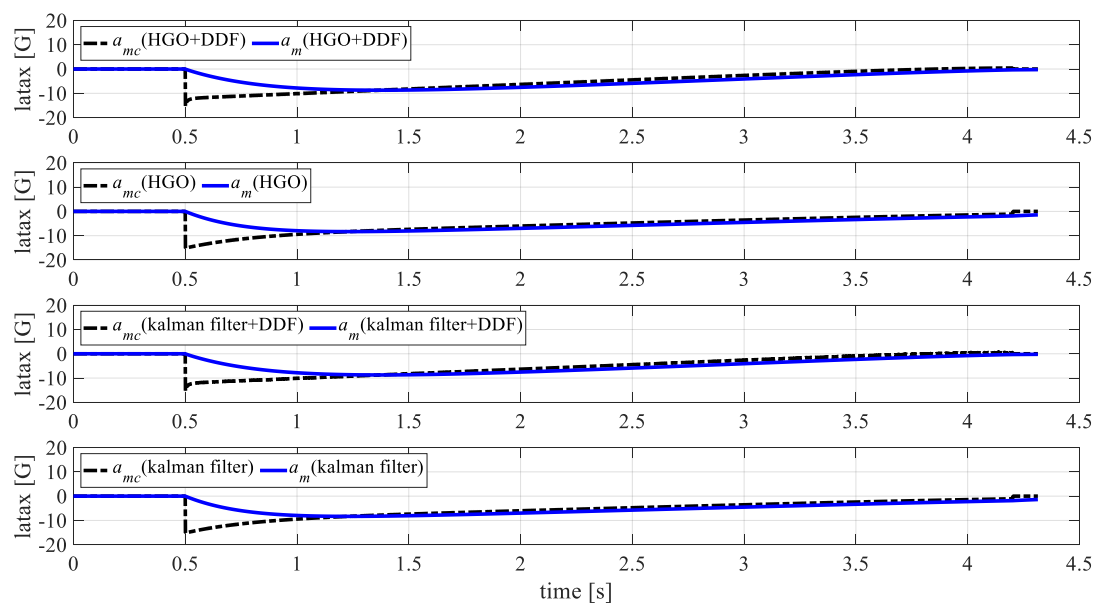


Fig. 5-38 横加速度の時間履歴

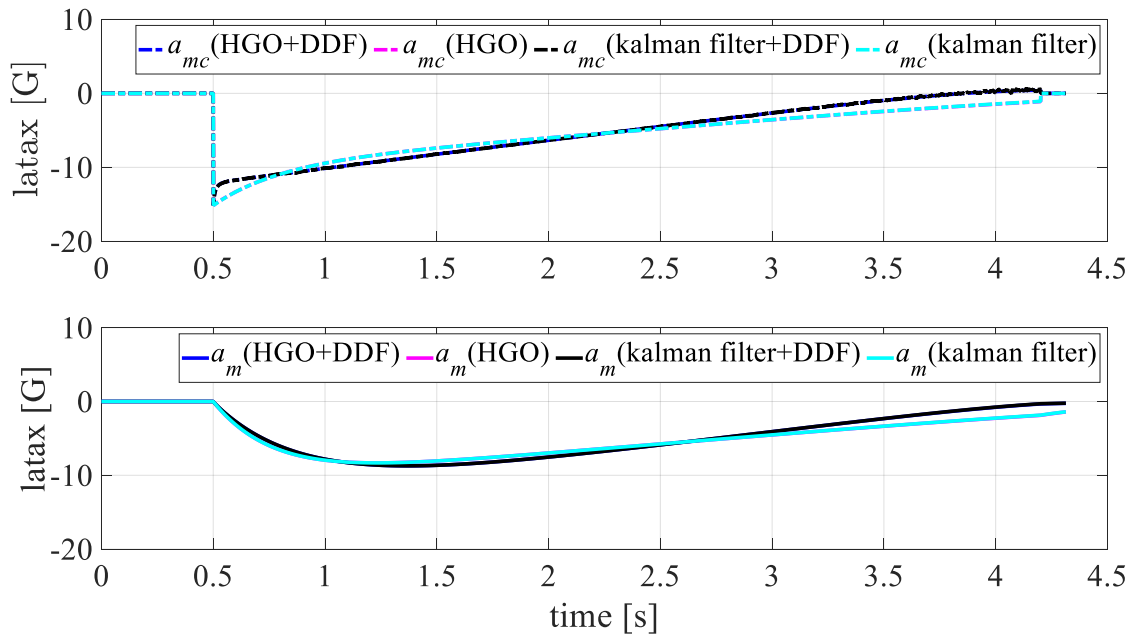


Fig. 5-39 指令横加速度と横加速度の比較

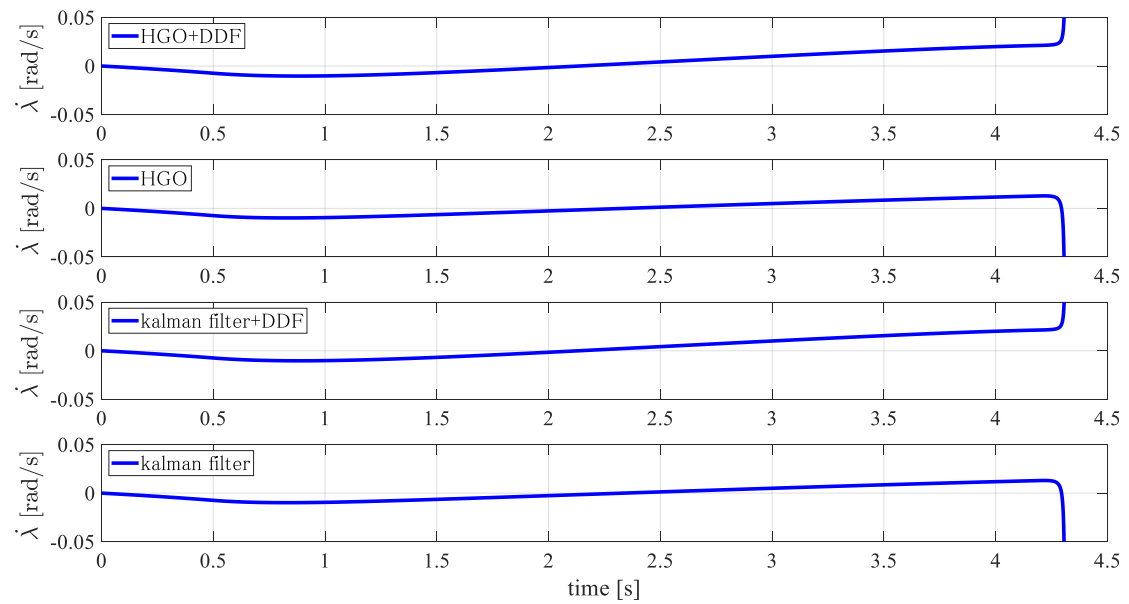


Fig. 5-40 LOS レートの時間履歴

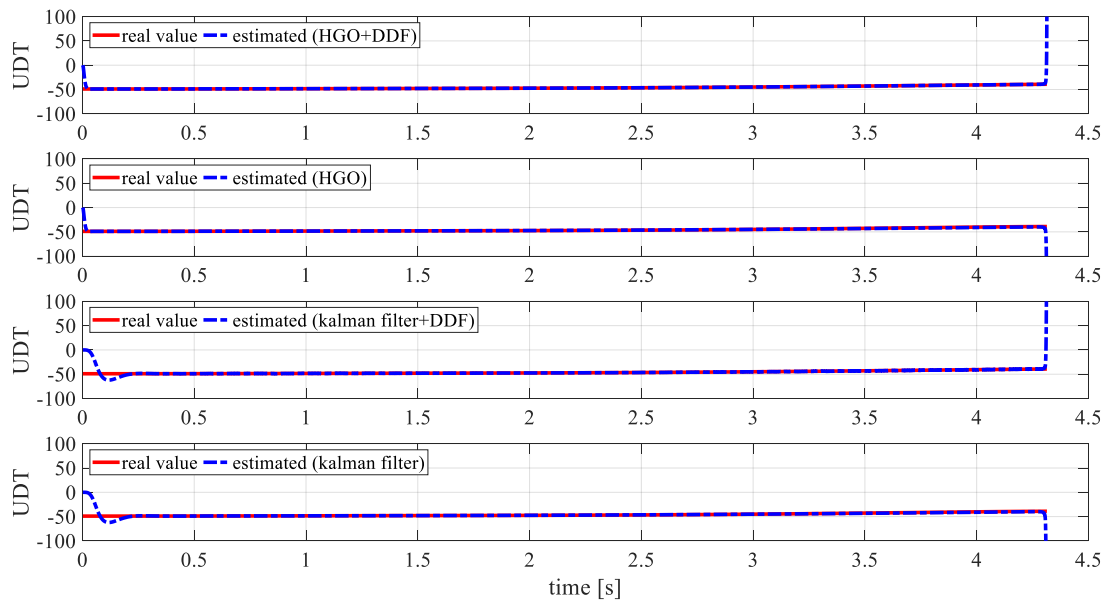


Fig. 5-41 UDT 推定の時間履歴

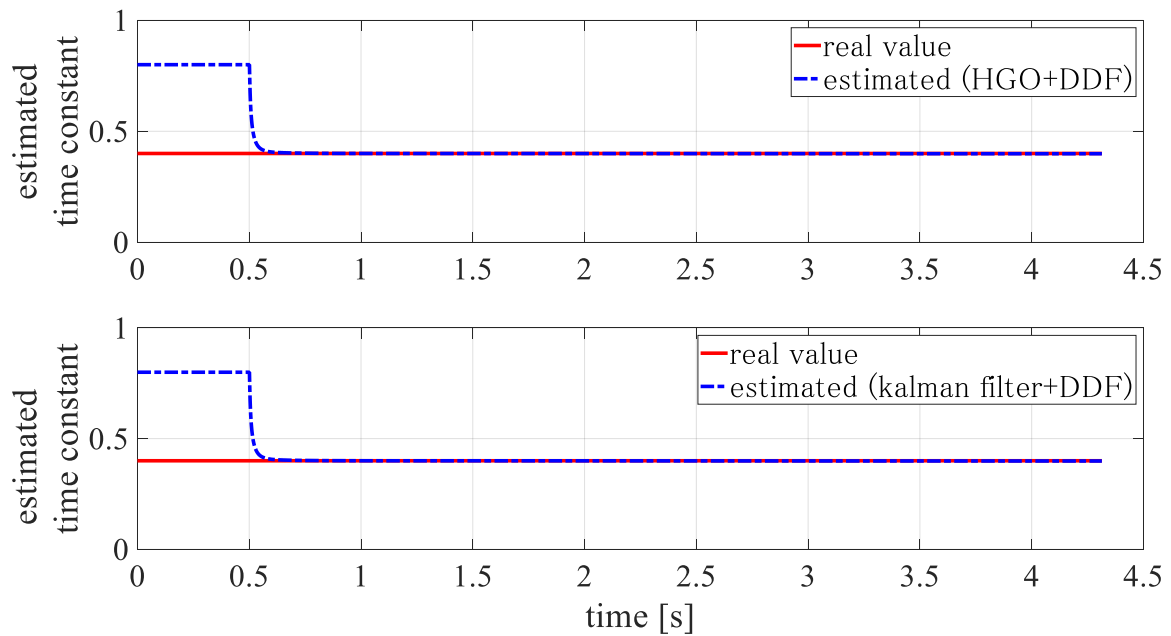


Fig. 5-42 時定数推定の時間履歴

Fig. 5-34 から Fig. 5-42 は、一定横加速度で運動する目標物体に対して $\Gamma = 0[\text{deg}]$ の位置から飛翔体が飛行を開始した場合の数値シミュレーション結果である。Fig. 5-34 から Fig. 5-37 は飛翔体と目標物体の軌道を表している。それぞれのグラフにおいて、赤い実線が目標物体、青い実線が飛翔体の軌道をそれぞれ示す。目標物体は、飛行開始直後から一定の横加速度による運動を始めているが、飛翔体は直線飛行を続けていることがわかる。これは、ミッドコースフェーズにおける $0.5[\text{s}]$ の無誘導期間を挟んでいるためである。ミッドコースフェーズ終了後のターミナルフェーズにおいては、HGO+DDF、HGO、カルマンフィルタ+DDF、カルマンフィルタを用いたすべての誘導則で目標物体と会合できていることがわかる。

Fig. 5-38 と Fig. 5-39 は指令横加速度と横加速度の時間履歴を示す。Fig. 5-38 の各グラフにおける黒い鎖線は指令横加速度、青い実線は横加速度をそれぞれ示す。各手法による推定を行った誘導則は、 $0.5[\text{s}]$ の無誘導期間を挟んだのちに指令横加速度を発生させている。Fig. 5-39 は、各手法による補正を行った誘導則の指令横加速度と横加速度を比較したものである。青は HGO+DDF、マゼンタは HGO、黒はカルマンフィルタ+DDF、ライトブルーはカルマンフィルタを施した誘導則の結果をそれぞれ示し、鎖線が指令横加速度、実線が横加速度をそれぞれ示す。それぞれの手法による補正を行った結果の軌道に大きな差はみられなかったが、DDF による時定数推定を行っていないものは行っているものに対して、無誘導期間終了後に発生する指令横加速度の値が大きくなっていることがわかる。更に、DDF による時定数推定を行っていない場合、指令横加速度は会合の直前までマイナスの値をとっているのに対して、時定数推定を行った場合、 $3.5[\text{s}]$ 以降、指令値はほぼ 0 に近い値をとっていることがわかる。また、指令横加速度に合わせて横加速度も DDF による時定数推定を行った場合の方が横加速度の絶対値を飛行全般を通じて小さい値に保てていることがわかる。

Fig. 5-40 は LOS レートの時間履歴を示す。ブラインド距離を $100[\text{m}]$ とっているため、会合直前での誘導はなくなり LOS レートが発散しているが、飛行全般を通してすべての誘導方法で LOS レートを $\pm 0.05[\text{rad/s}]$ 以内に収めて飛行することができている。Fig. 5-41 は UDT 推定の時間履歴を示す。赤い実線が真値、青い鎖線が推定値をそれぞれ示す。提案する拡張 HGO を用いた場合、DDF による時定数推定の有無に関わらず、UDT を $0.1[\text{s}]$ 以下の時間で推定できている。一方で、カルマンフィルタによる UDT の推定には約 $0.2[\text{s}]$ の時間を要しているおり、更に一度、真値をオーバーシュートした後に収束していることがわかる。Fig. 5-42 は、システムの時定数推定の時間履歴を示す。赤い実線が真値、青い鎖線が推定値をそれぞれ示す。時定数の推定が、飛行開始から $0.5[\text{s}]$ 間行われていないのは、ミッドコースフェーズの無誘導期間があるためである。DDF は、指令横加速度と横加速度の差を利用した推定器である。そのため、指令横加速度と横加速度が完全に一致している無誘導期間では DDF は作用しない。一方、無誘導期間が終了した後、約 $0.1[\text{s}]$ 以下の時間で真値に収束していることがわかる。

【5-4-2】 $\Gamma = 0[\text{deg}]$ かつ目標物体がウィービング運動する場合

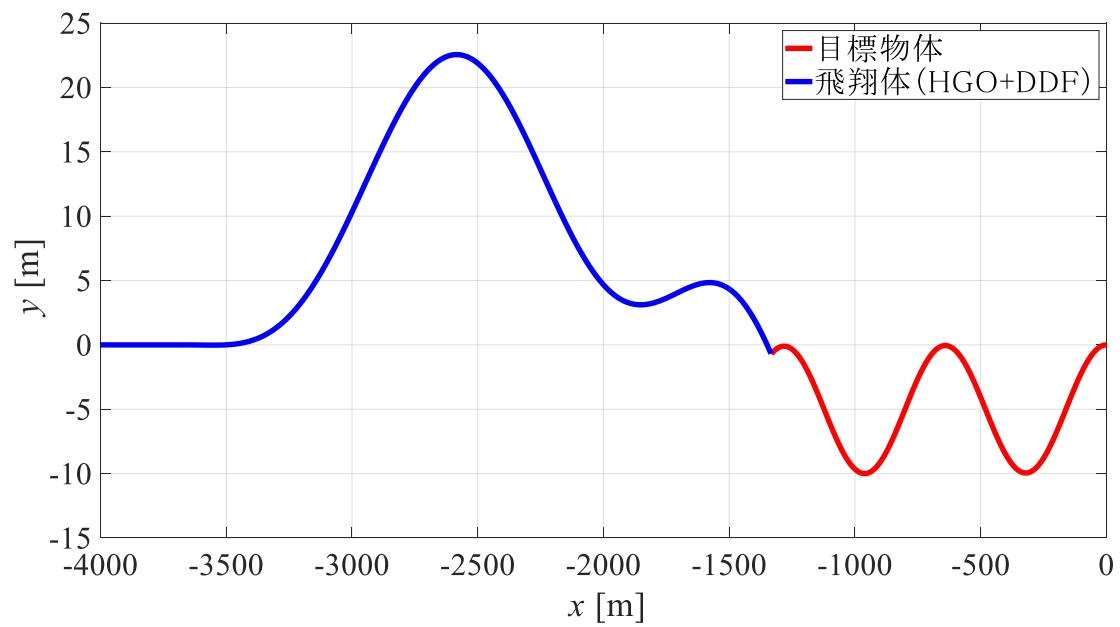


Fig. 5-43 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)

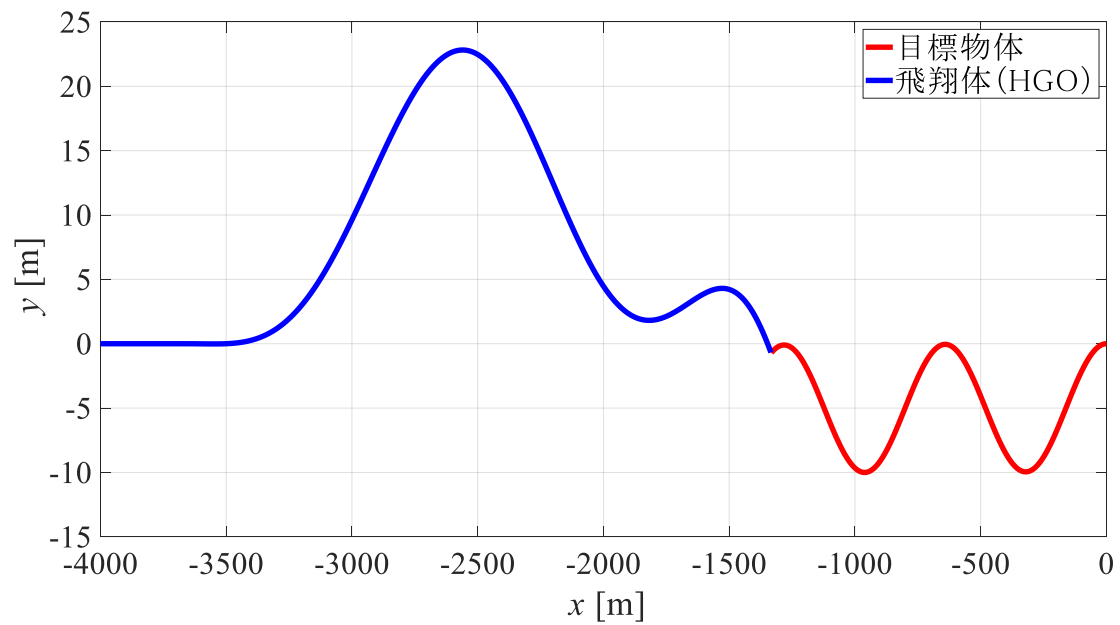


Fig. 5-44 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)

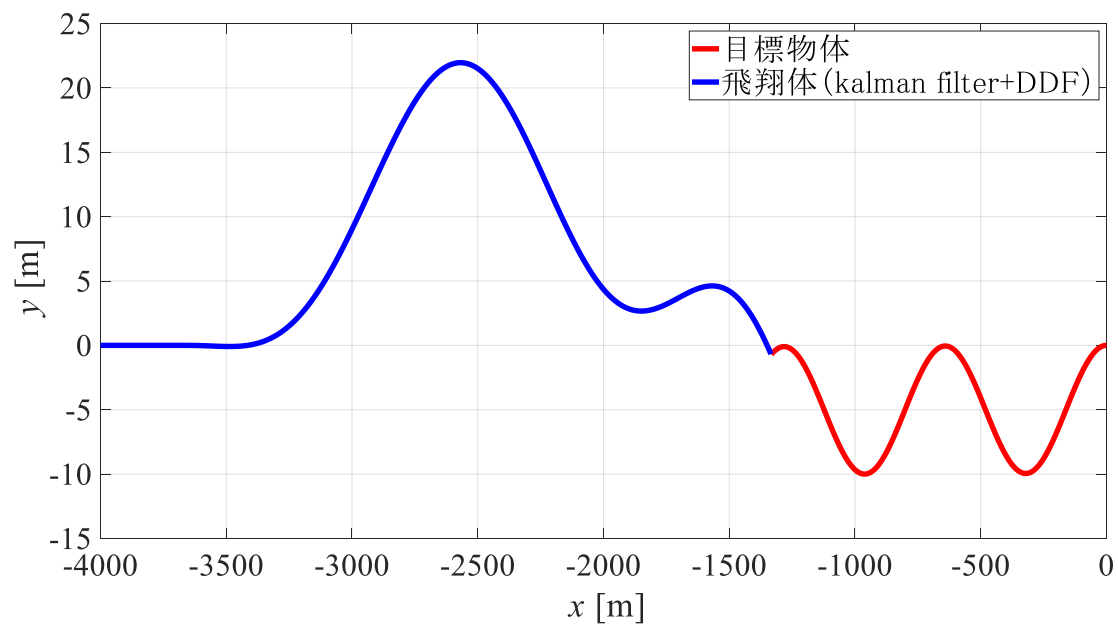


Fig. 5-45 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)

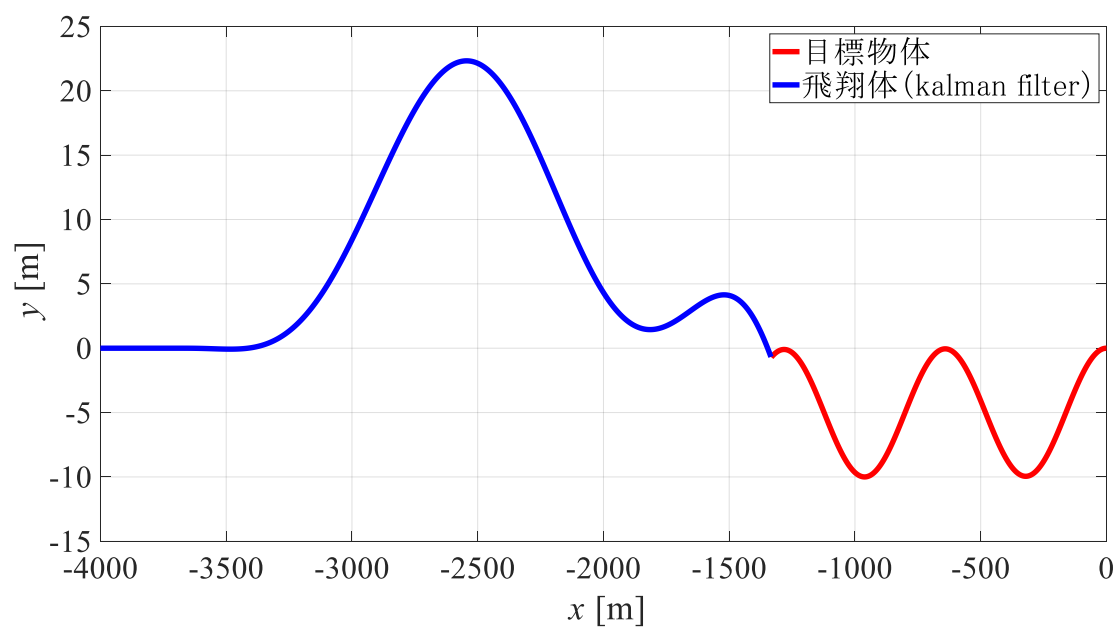


Fig. 5-46 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)

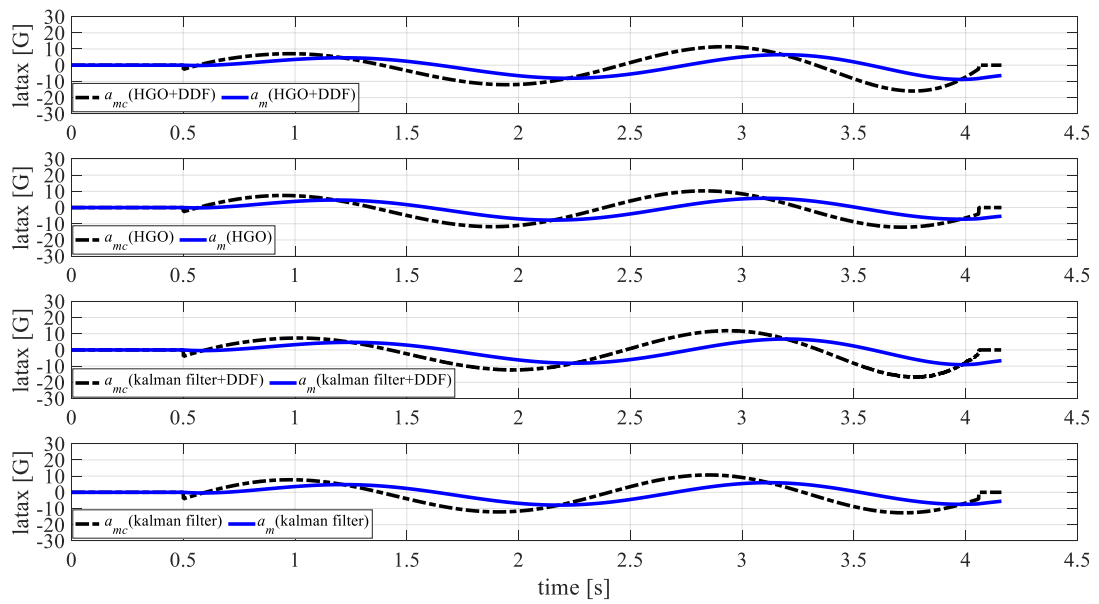


Fig. 5-47 横加速度の時間履歴

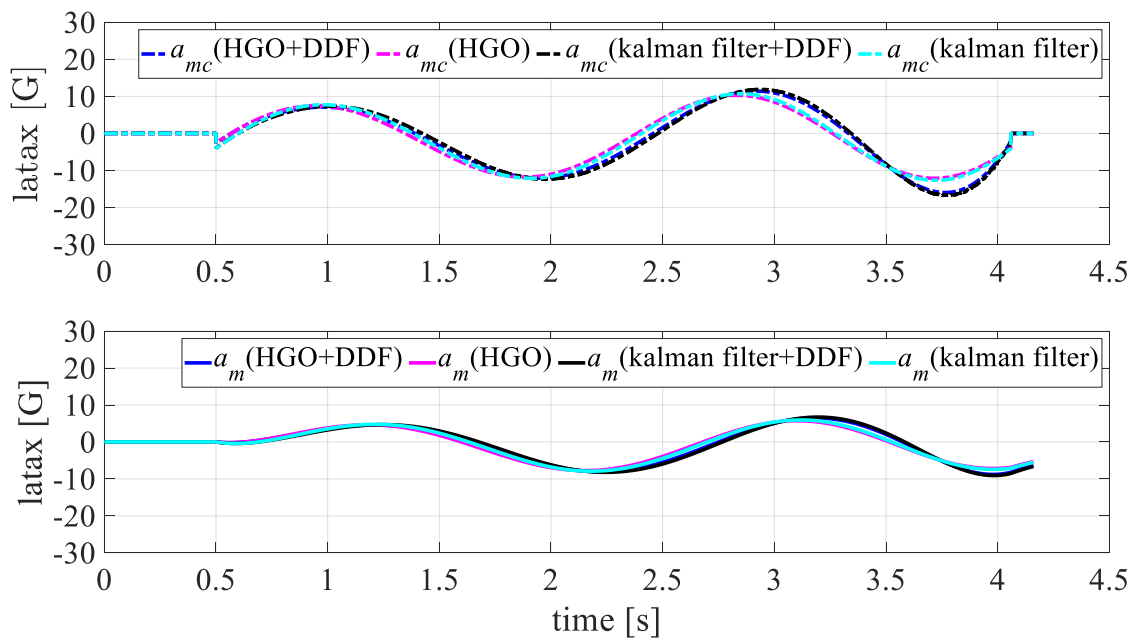


Fig. 5-48 指令横加速度と横加速度の比較

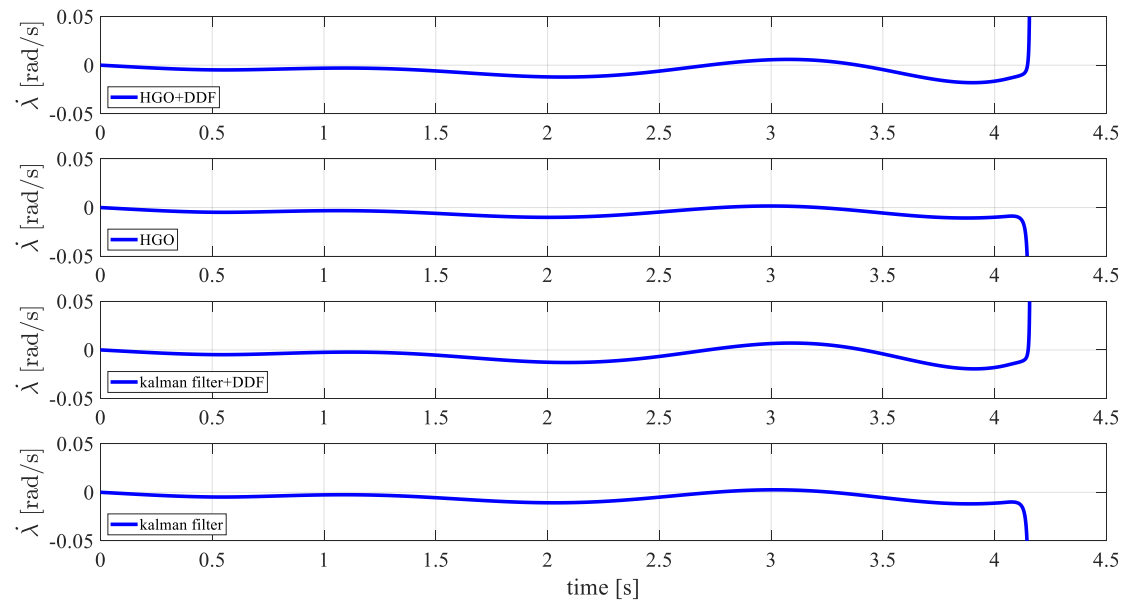


Fig. 5-49 LOS レートの時間履歴

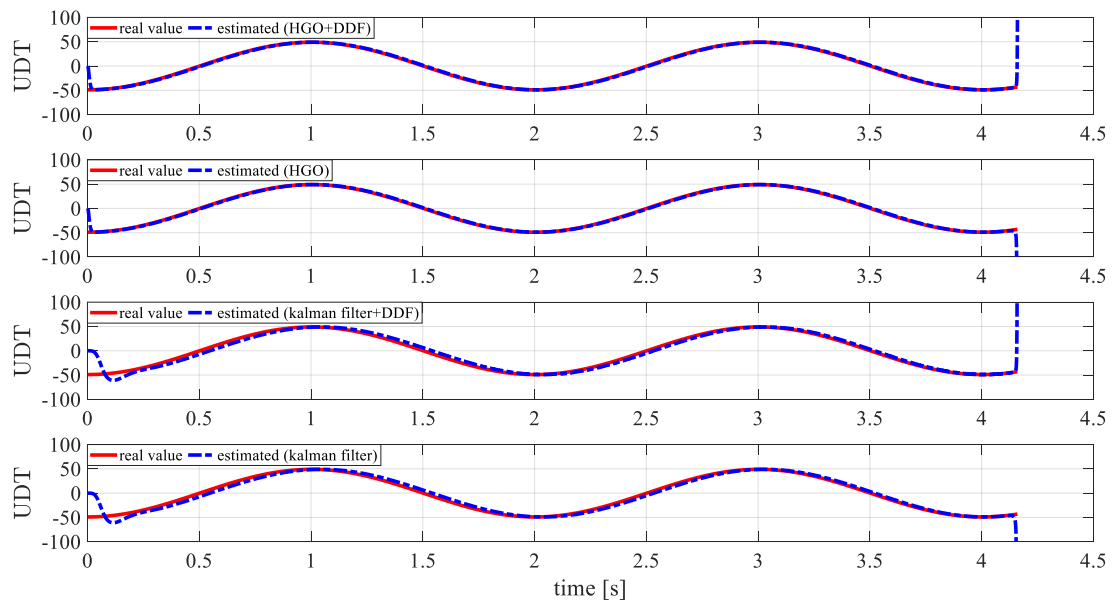


Fig. 5-50 UDT 推定の時間履歴

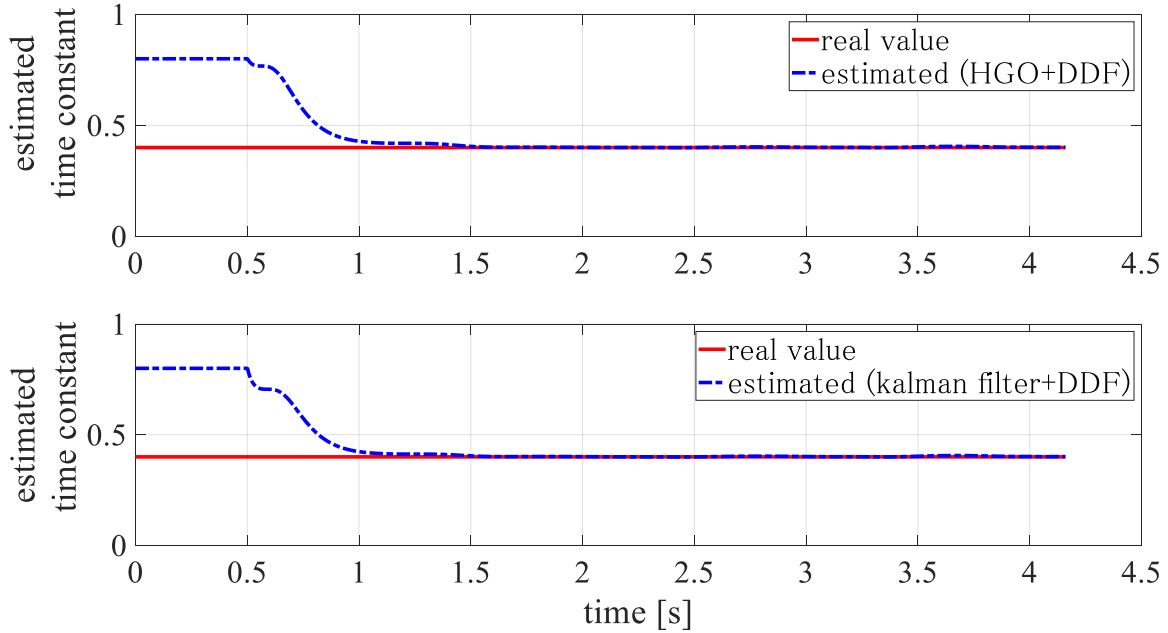


Fig. 5-51 時定数推定の時間履歴

Fig. 5-43 から Fig. 5-51 はウィービング運動する目標物体に対して $\Gamma = 0[\text{deg}]$ の位置から飛行体が飛行を開始した場合の数値シミュレーション結果である。Fig. 5-43 から Fig. 5-46 に示すそれぞれの軌道には大きな違いがみられないことがわかる。一方で、Fig. 5-47, Fig. 5-48 からは、約3.5[s]まで指令横加速度、横加速度に大きな違いはみられないものの、それ以降、DDF による時定数推定を行ったものの指令横加速度の絶対値が大きくなっていることがわかる。これは、式(4.40)に示す誘導則が一定横加速度で運動する場合を想定した最適解であるため、会合点が近づくにつれて目標物体のウィービング運動の影響が大きくなったことが原因と考えられる。時定数推定を行わない誘導則の方が指令横加速度を抑えられた原因は、式(4.40)に示す第3項の時定数に関連する項が真値より大きな時定数を使用しているためであると考えられる。しかし、この影響は会合地点が近づくまでは現れず、実際の横加速度にはあまり影響を及ぼしてはいない。

Fig. 5-49 からは、4つの方法すべてにおいて、会合直前まで LOS レートを $\pm 0.05[\text{rad/s}]$ 以内に収められていることがわかる。用いた誘導則が一定横加速度を想定している影響が飛行の終盤において現れるため、LOS レートが時定数推定を行わない場合と比較して大きくなっているが、 $\pm 0.05[\text{rad/s}]$ を超える変化は見られない。Fig. 5-50 からは、拡張 HGO とカルマンフィルタともに UDT を推定できていることがわかる。一方で、目標物体が一定横加速度で運動する場合と同様に、カルマンフィルタによる UDT 推定には時間を要しているほか、推定値が真値をオーバーシュートする現象が発生している。

Fig. 5-51 の時定数推定の時間履歴において、無誘導期間終了後、真値への収束が一度停止する期間が存在する。これは、Fig. 5-47 からわかるように、目標物体がウィービング運動をするため、指令横加速度と横加速度が一致する箇所が存在するためである。この例に示す通り、目標物体がウィービング運動する場合、指令横加速度と横加速度が一致する箇所が周期的に発生する。しかし、本研究において設定した DDF のゲインでは、時定数推定は拡張 HGO、カルマンフィルタのいずれと共に併用した場合においても無誘導期間終了後、約0.5[s]で真値に収束していることがわかり、それ以降に訪れる指令横加速度と横加速度の一致箇所の影響を受けないことがわかる。

【5-4-3】 $r = 90[\text{deg}]$ かつ一定横加速度で運動する場合

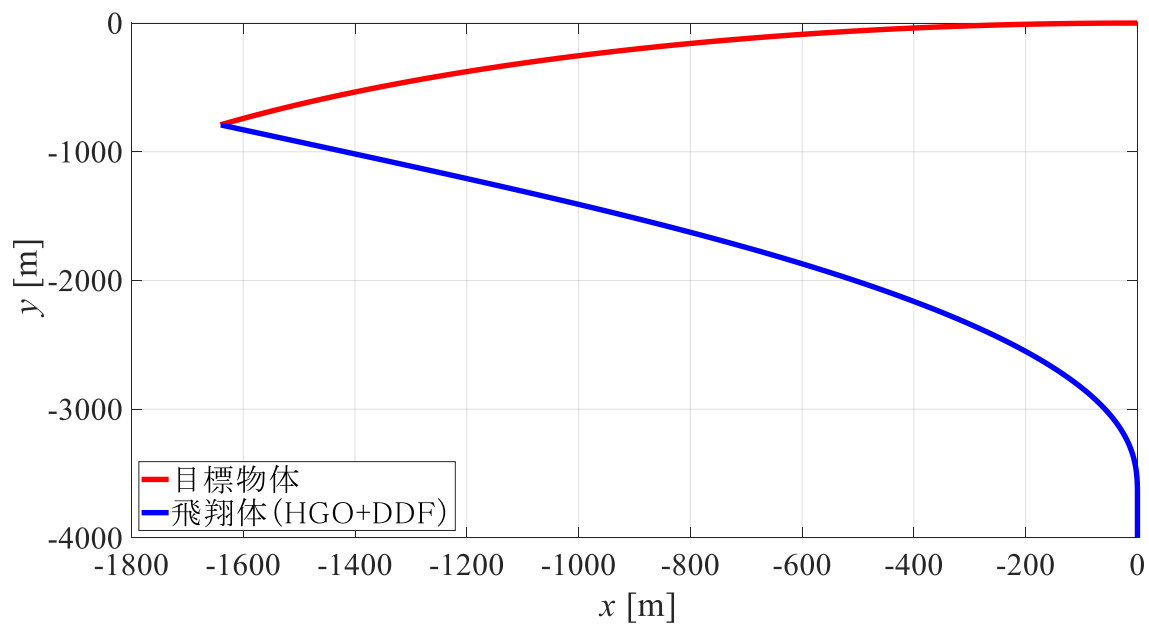


Fig. 5-52 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)

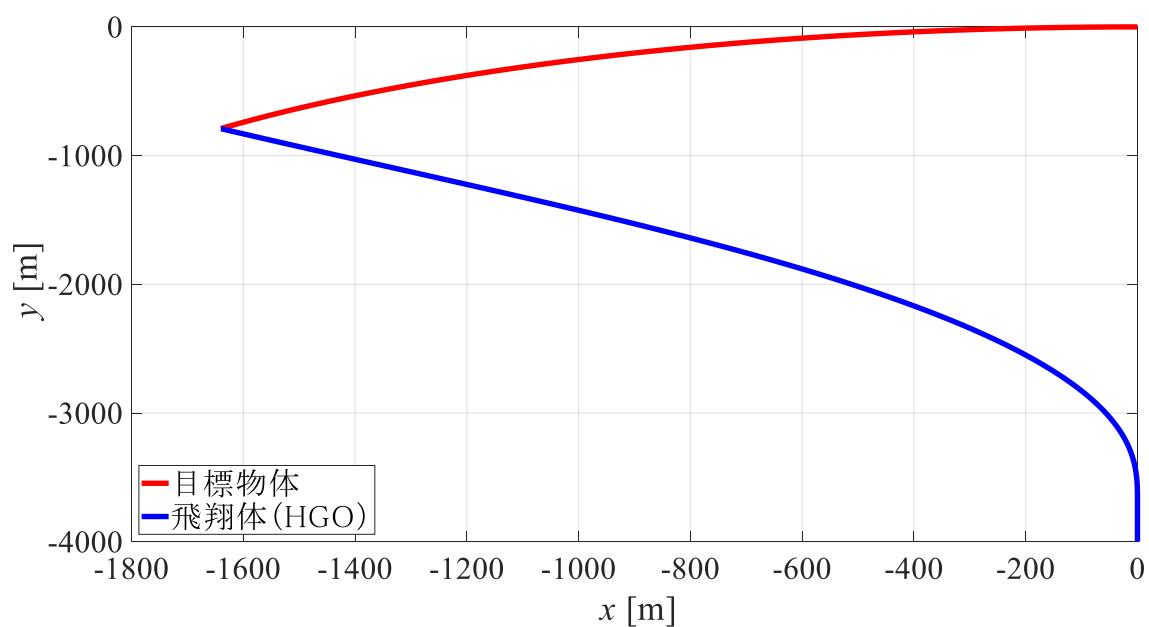


Fig. 5-53 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)

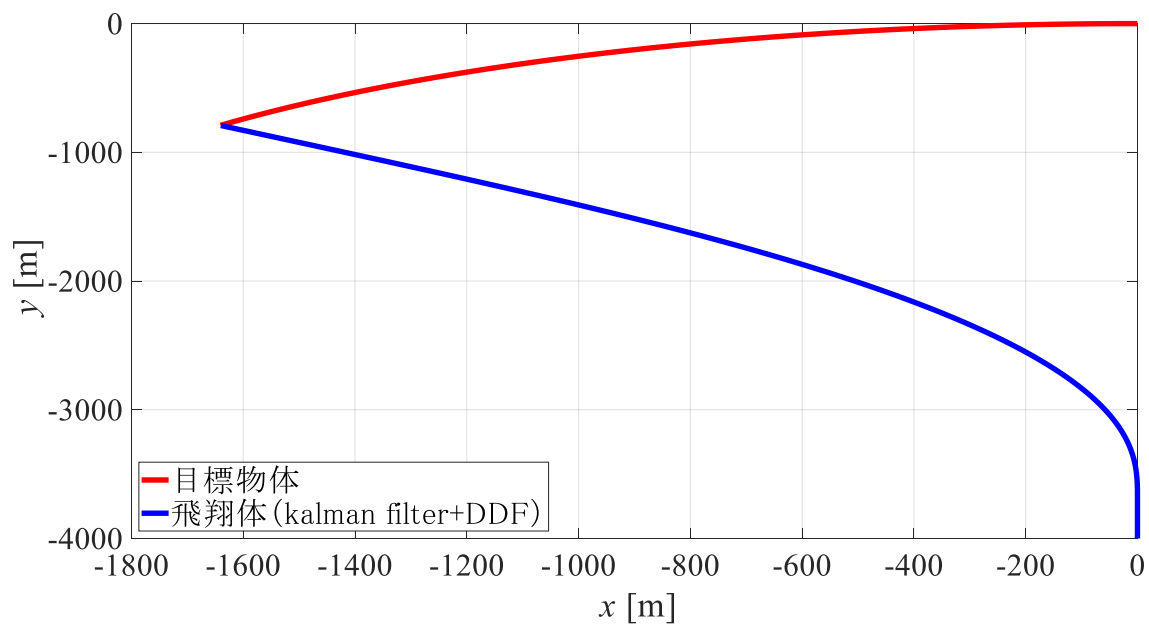


Fig. 5-54 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)

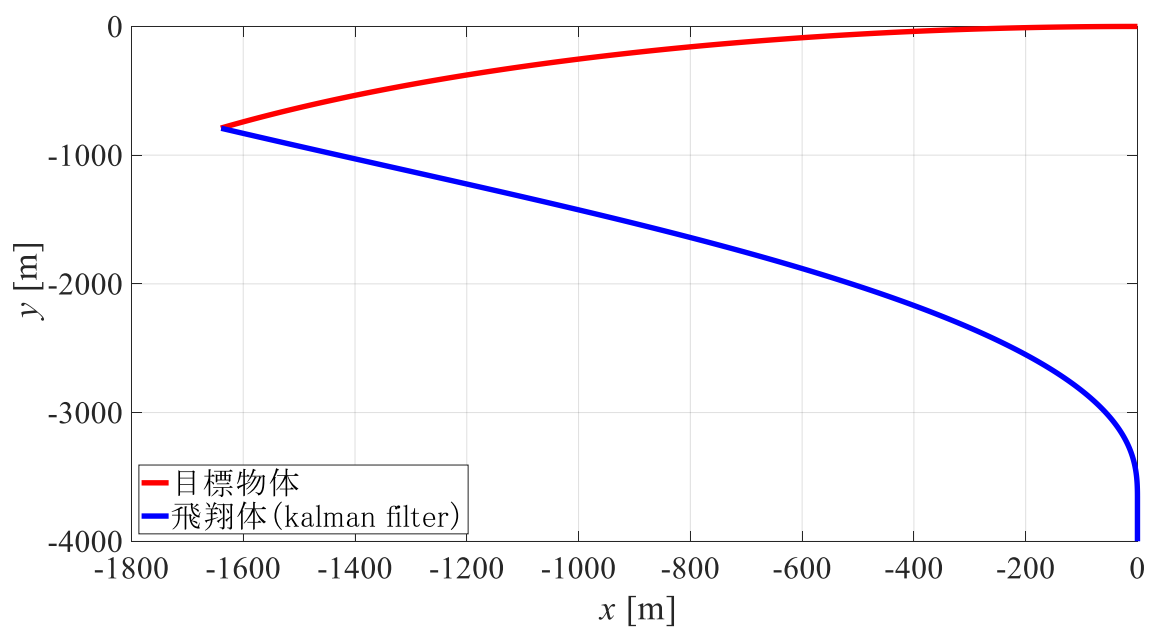


Fig. 5-55 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)

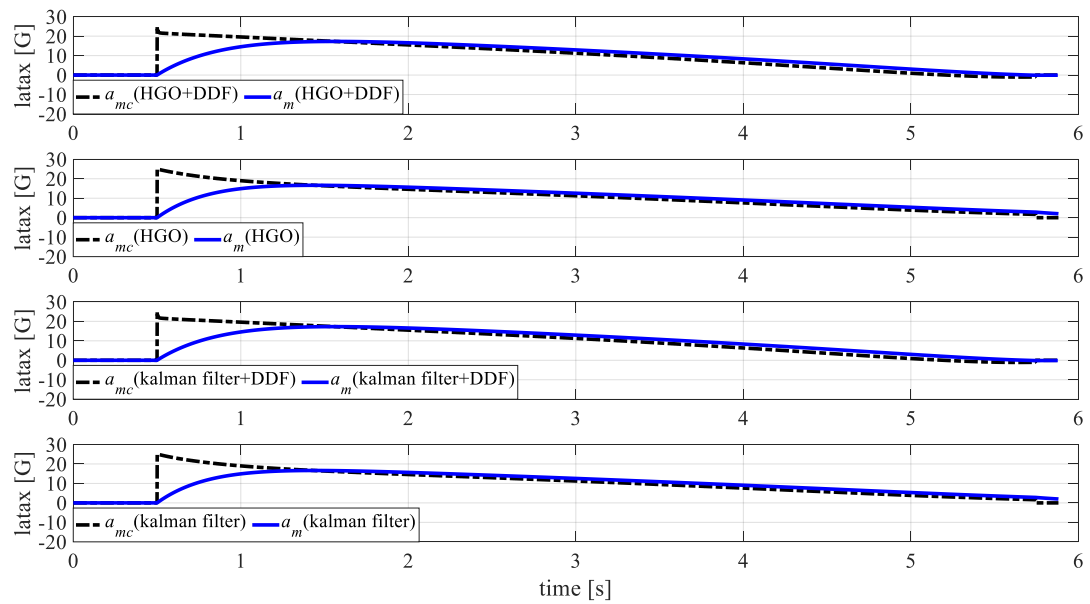


Fig. 5-56 横加速度の時間履歴

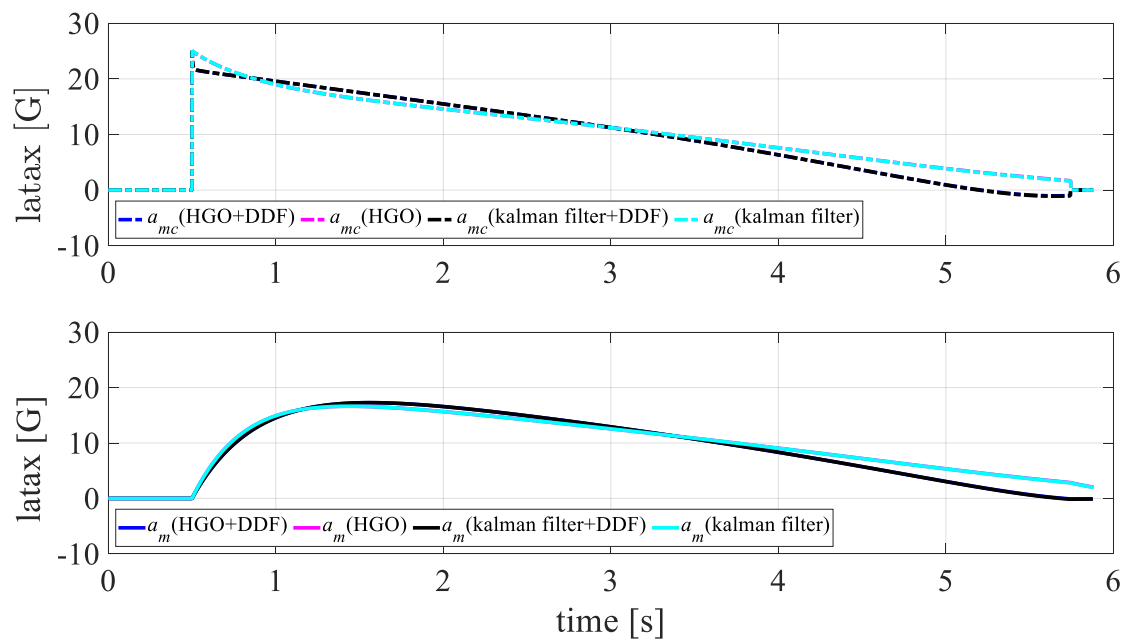


Fig. 5-57 指令横加速度と横加速度の比較

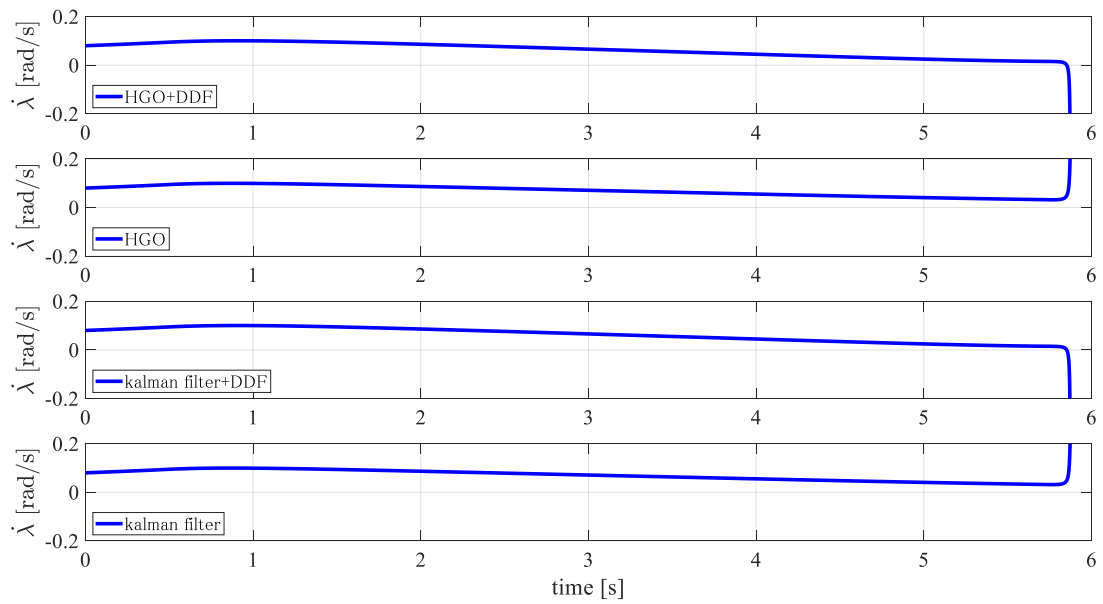


Fig. 5-58 LOS レートの時間履歴

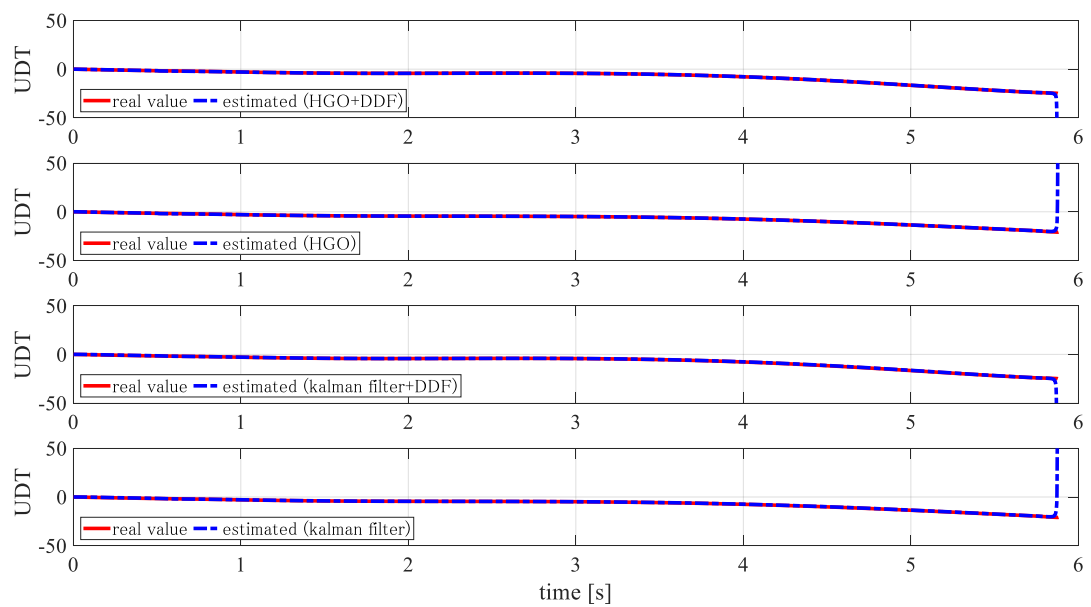


Fig. 5-59 UDT 推定の時間履歴

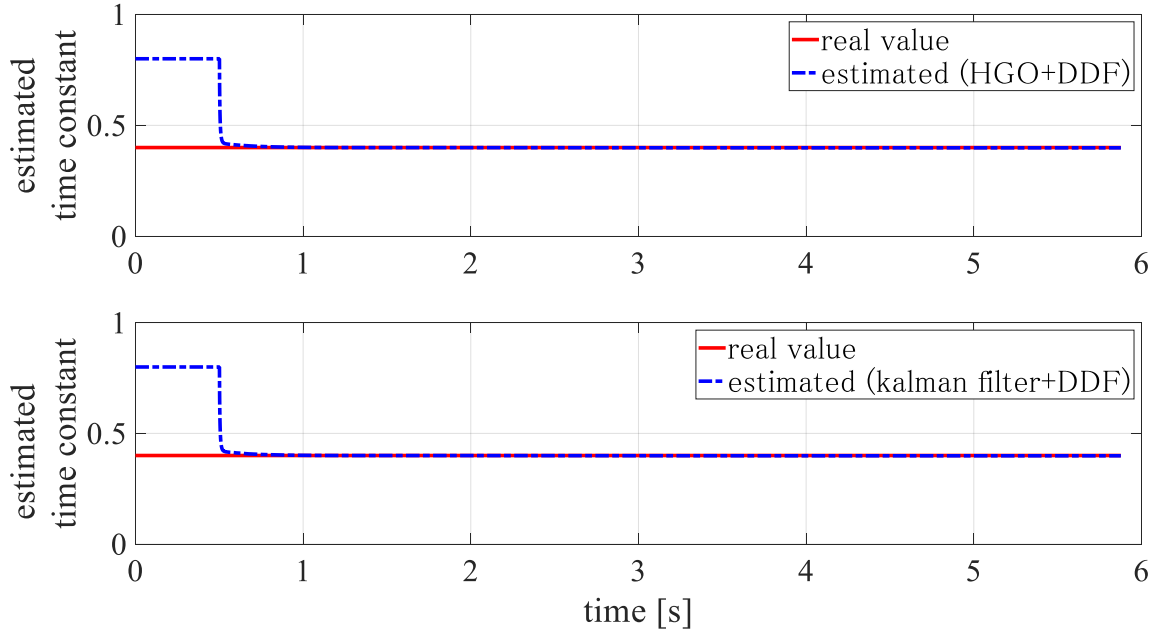


Fig. 5-60 時定数推定の時間履歴

Fig. 5-52 から Fig. 5-60 は、一定横加速度で運動する目標物体に対して $\Gamma = 90[\text{deg}]$ の位置から飛翔体が飛行を開始した場合の数値シミュレーション結果である。Fig. 5-52 から Fig. 5-55 からわかる通り、それぞれの誘導方法における軌道に顕著な違いはみられない。一方で、Fig. 5-56 と Fig. 5-57 からわかる通り、無誘導期間終了直後の指令横加速度は時定数推定を行っていない場合の方が大きくなっているため、それらの軌道は時定数推定を行った軌道より大きく曲がっていることがわかる。更に、3.5[s]以降、DDF による時定数推定を行ったものと行っていないものの指令横加速度の差は大きくなり、時定数推定を行った場合の指令横加速度の絶対値が1[G]であるのに対し、時定数推定を行わない場合の指令横加速度の絶対値は2[G]となっており、実際の横加速度の差は3[G]となり、大きな差が表れていることがわかる。また、その影響を受け会合前の時定数推定を行っていない場合の LOS レートが大きくなっているが、Fig. 5-58 からわかるように $\pm 0.05[\text{rad/s}]$ を超える影響は起こっていない。

$\Gamma = 90[\text{deg}]$ の場合、式(4.26)からわかるように UDT の初期値は 0 となる。従っての Fig. 5-59 のカルマンフィルタによる UDT 推定は $\Gamma = 0[\text{deg}]$ の場合にみられた真値をオーバーシュートする現象を発生させることなく行われていることがわかる。また、DDF による時定数の推定は HGO と共に使った場合、カルマンフィルタと共に使った場合共に、無誘導期間終了直後に真値に収束していることがわかる (Fig. 5-60)。

【5-4-4】 $\Gamma = 90[\text{deg}]$ かつ目標物体がウィービング運動する場合

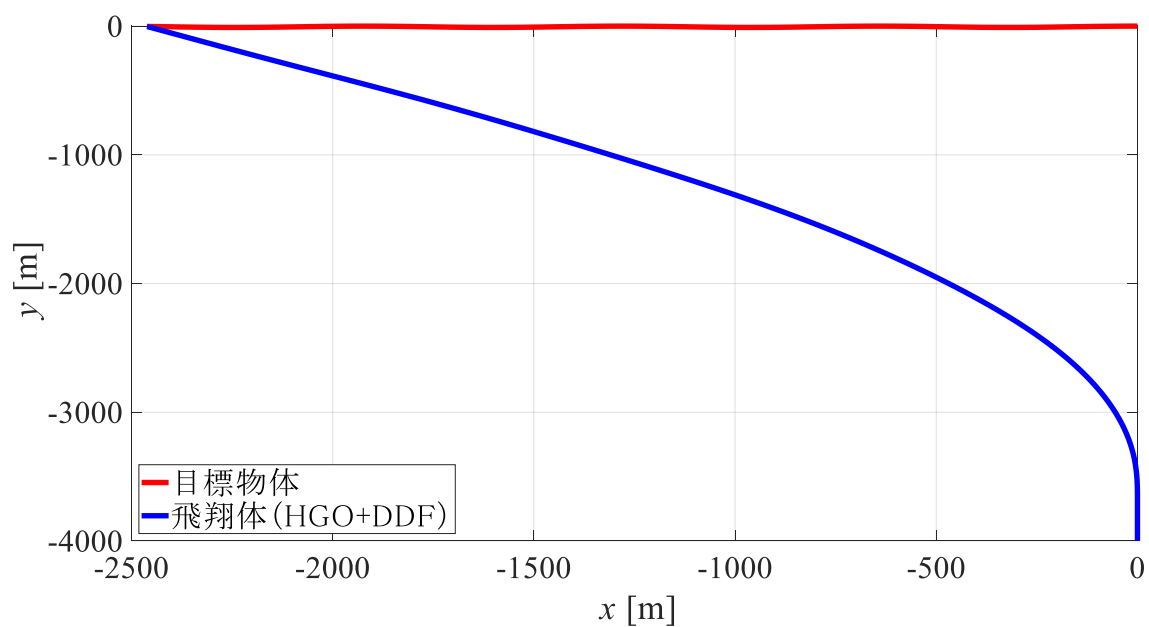


Fig. 5-61 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)

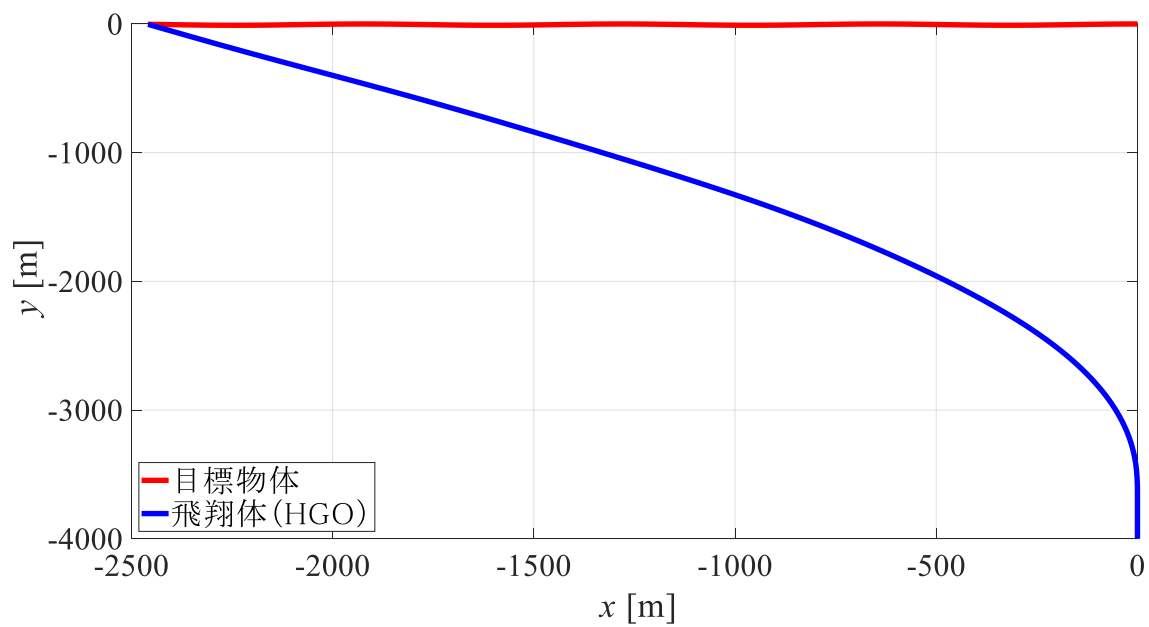


Fig. 5-62 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)

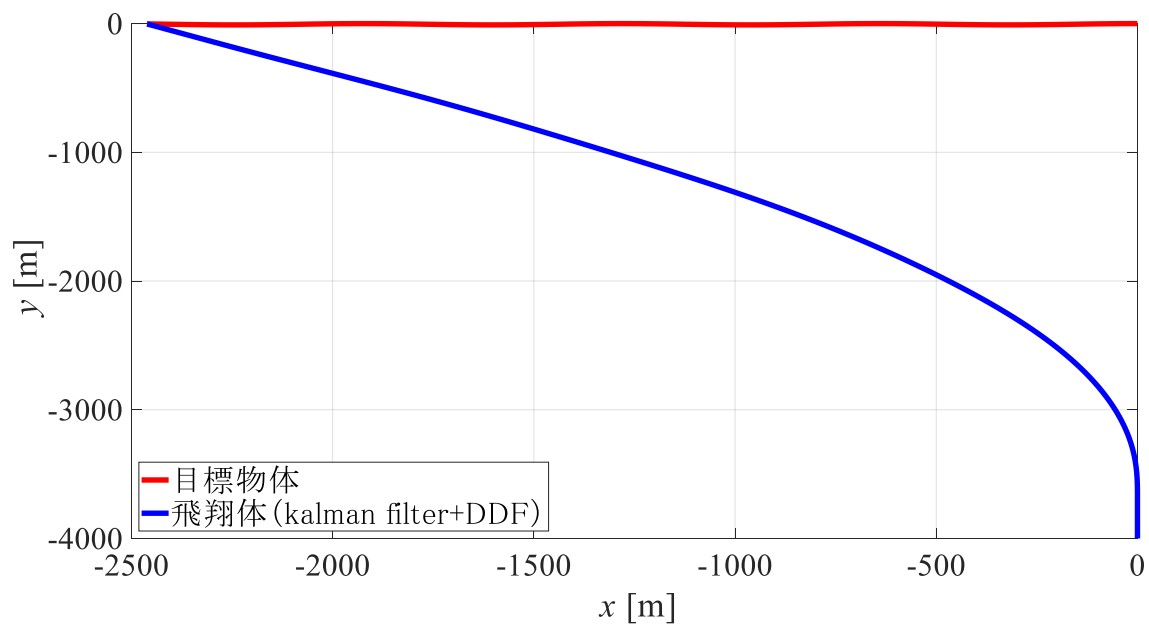


Fig. 5-63 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)

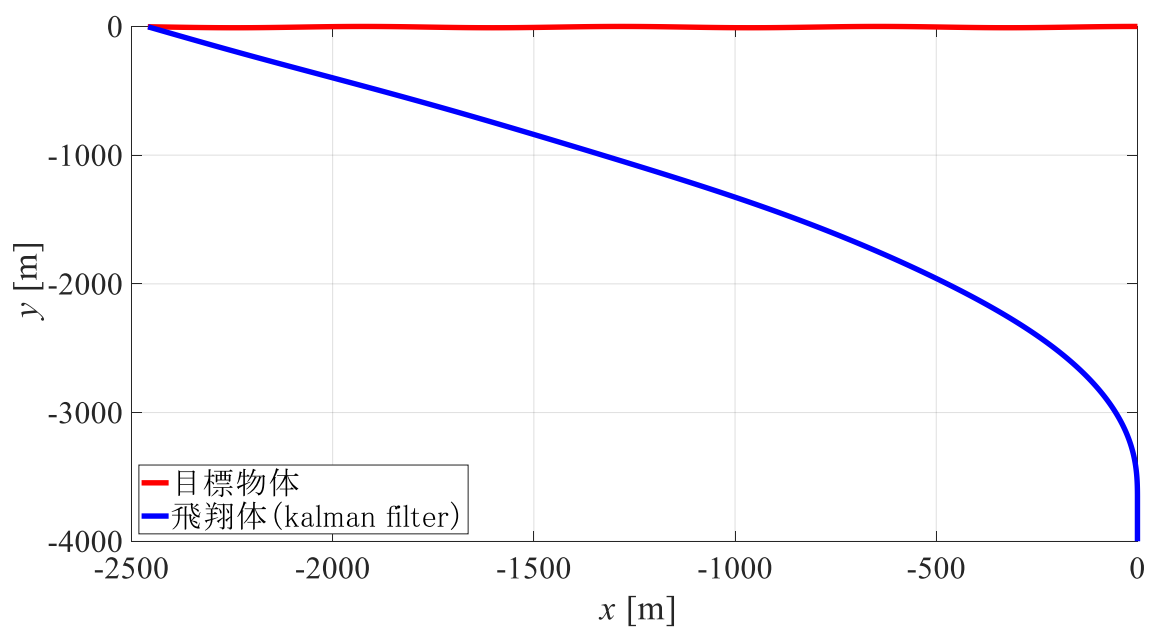


Fig. 5-64 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)

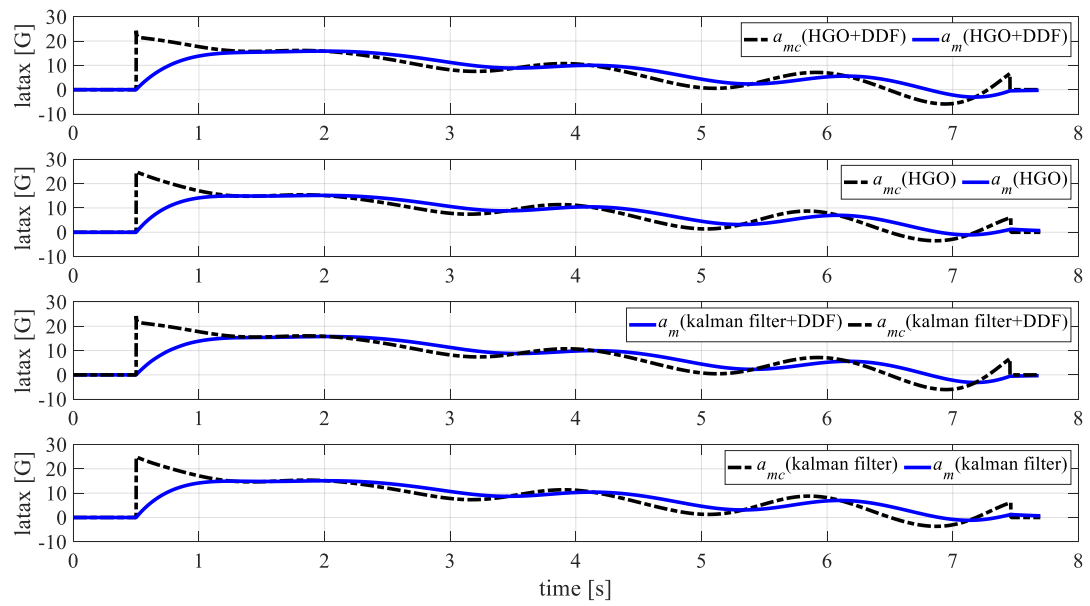


Fig. 5-65 横加速度の時間履歴

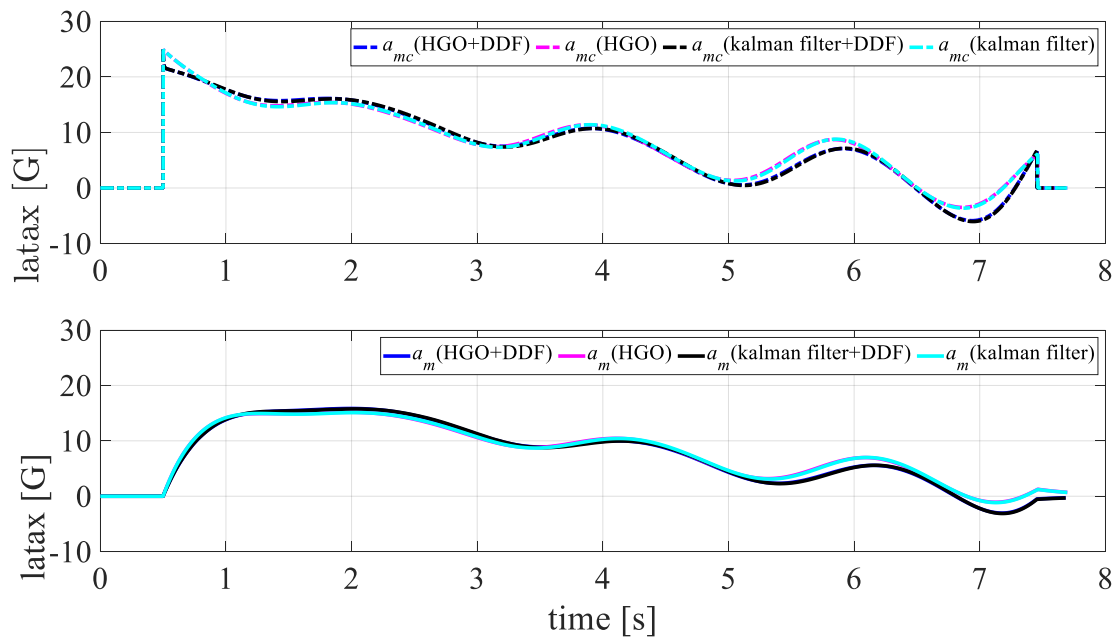


Fig. 5-66 指令横加速度と横加速度の比較

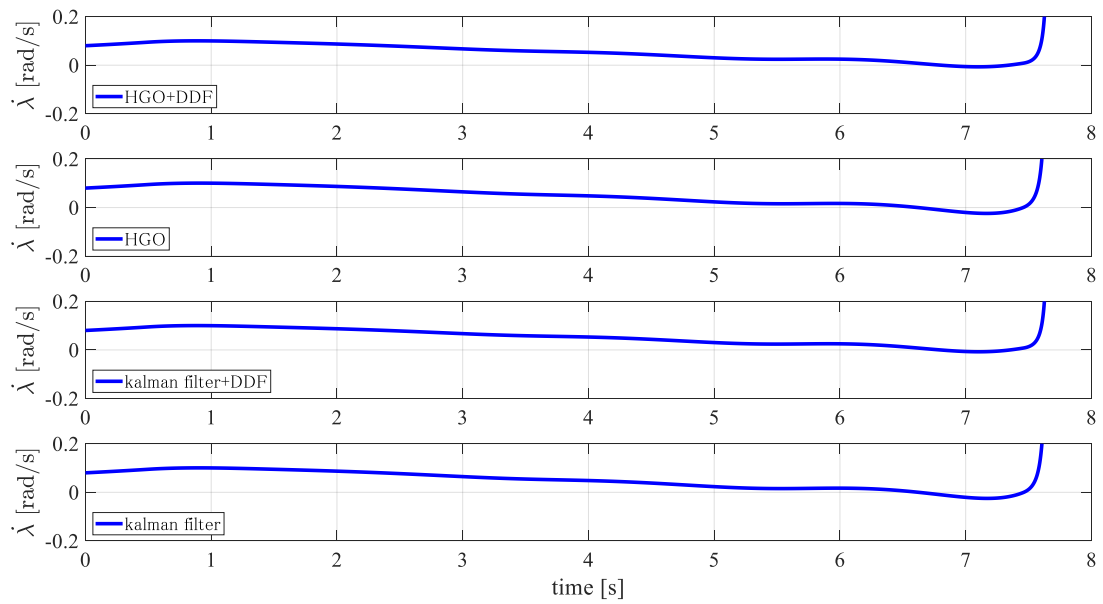


Fig. 5-67 LOS レートの時間履歴

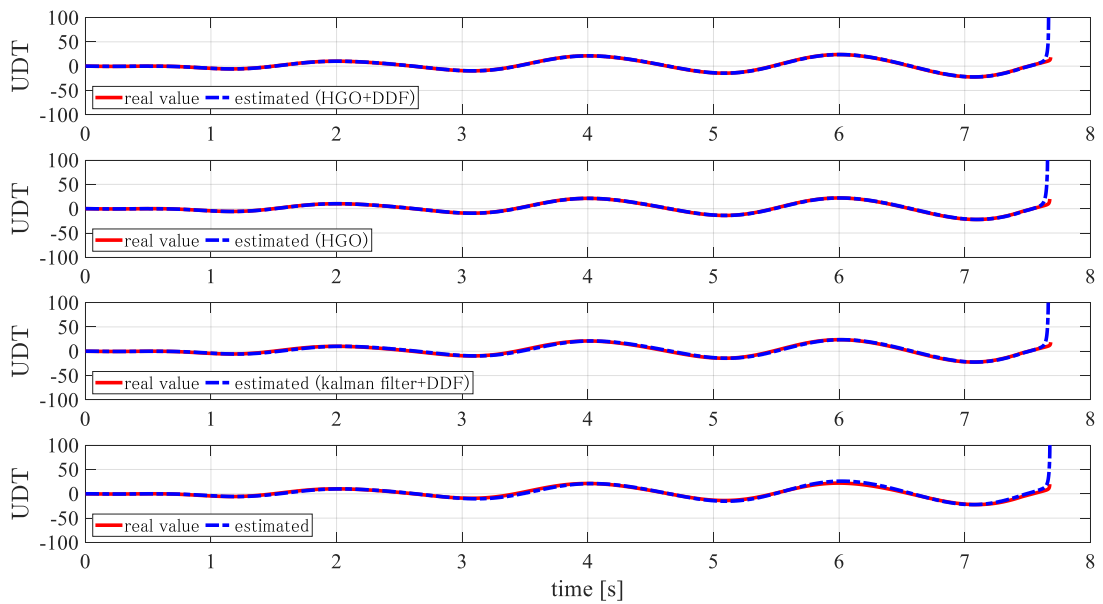


Fig. 5-68 UDT 推定の時間履歴

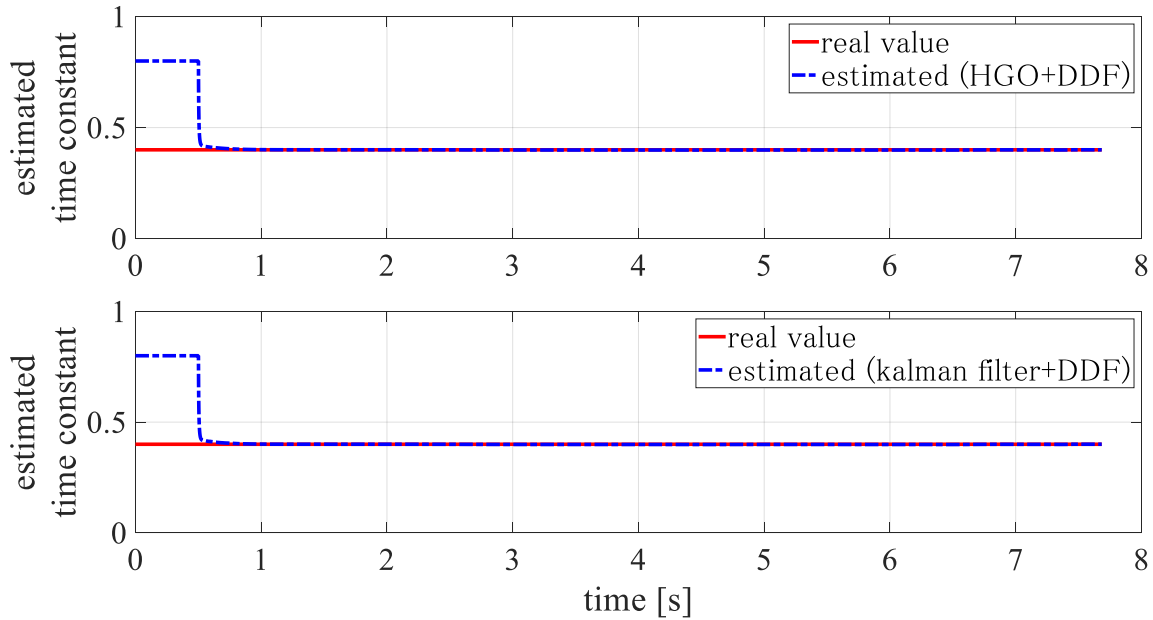


Fig. 5-69 時定数推定の時間履歴

Fig. 5-61 から Fig. 5-69 は、ウィービング運動する目標物体に対して $\Gamma = 90[\text{deg}]$ の位置から飛翔体が飛行を開始した場合の数値シミュレーション結果である。Fig. 5-61 から Fig. 5-64 に示す軌道に大きな差は見取れない。一方で、Fig. 5-65, Fig. 5-66 からわかる通り、会合地点が近づくにつれて指令横加速度と横加速度に差が生じてくるため、軌道は会合点に近づくにつれて差を生じていることがわかる。時定数推定を行わなかった場合の指令横加速度は、時定数推定を行った場合の指令横加速度と比較して、無誘導期間終了直後に大きな値をとっていることが Fig. 5-66 からわかる。これは、Fig. 5-69 に示す通り、時定数推定は無誘導期間終了直後に真値に収束していることと、目標物体のウィービング運動がこの区間で一定横加速度と近似することができるため、時定数に真値を用いた場合の方が式(4.40)に示す指令横加速度が小さい値をとることができたと考えられる。他方、会合地点が近づくにつれてウィービング運動と一定横加速度での運動と近似できなくなり、時定数に真値を用いた指令横加速度の値が時定数推定を行わない場合に比べて大きくなっている。しかし、その影響は小さく、ブラインド距離に入る直前では、時定数推定を行った場合の方が横加速度、LOS レート共に小さくなっていることがわかる (Fig. 5-67)。このことから、目標物体がウィービング運動を行う際に、時定数推定を行わない場合の横加速度が会合点付近において小さくなる現象の発生原因が、目標物体との距離とウィービングの周波数に因るものであると考えられる。

目標物体がウィービング運動する際も $\Gamma = 90[\text{deg}]$ では、UDT の初期値は 0 となり、カルマンフィルタによる推定はオーバーシュートを起こしていないことが Fig. 5-68 からわかる。

【5-4-5】 $\Gamma = 135[\text{deg}]$ かつ一定横加速度で運動する場合

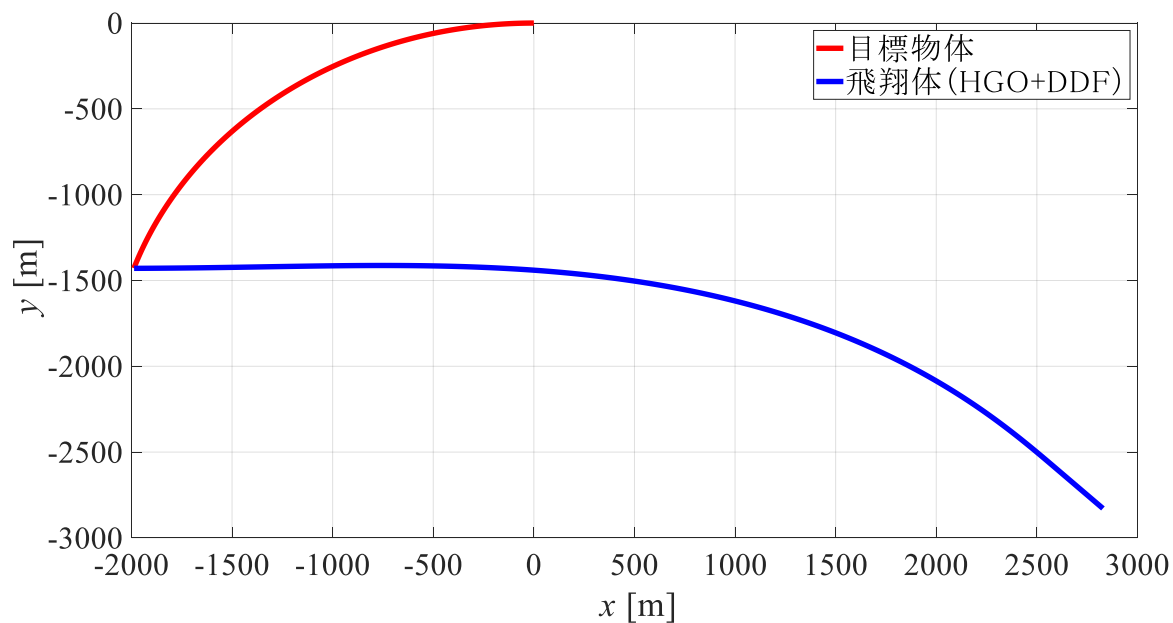


Fig. 5-70 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)

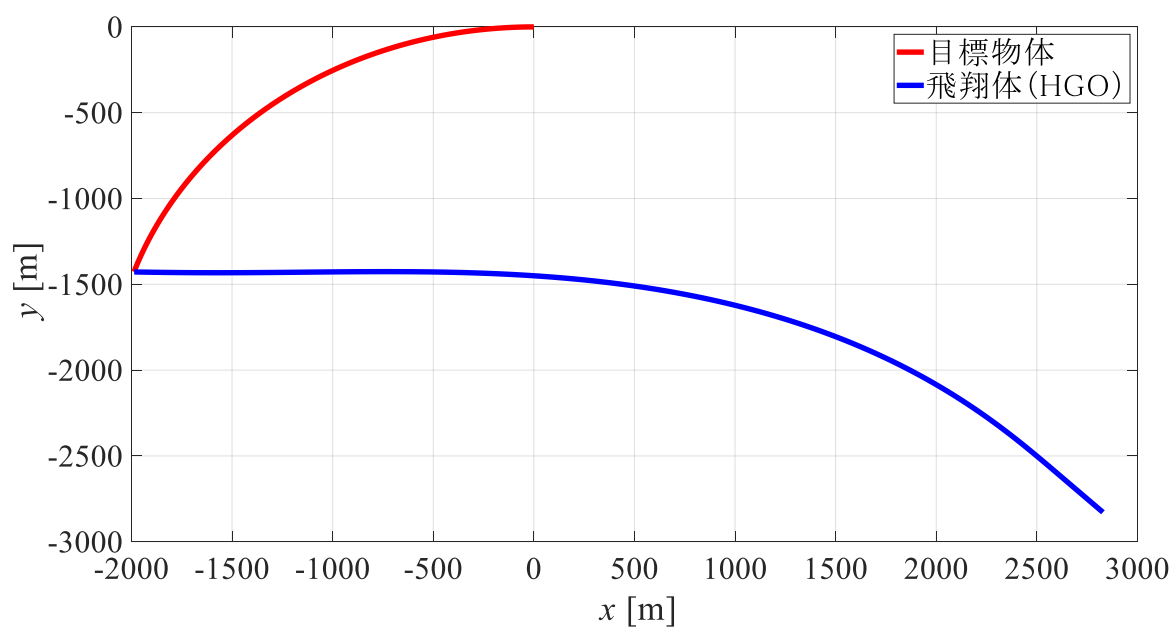


Fig. 5-71 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)

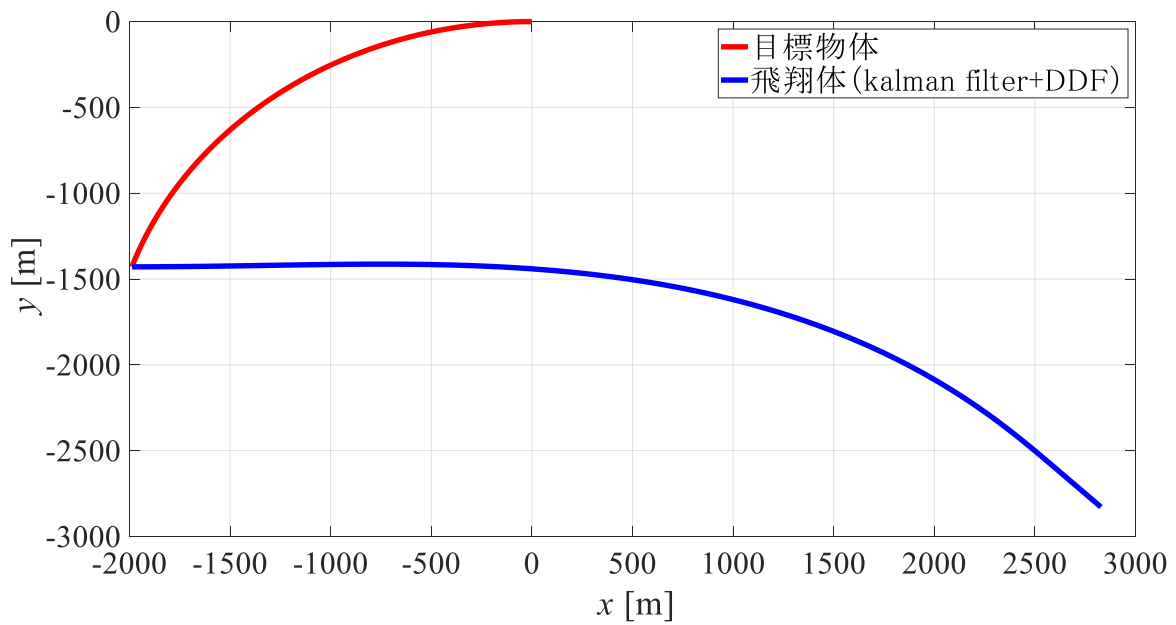


Fig. 5-72 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)

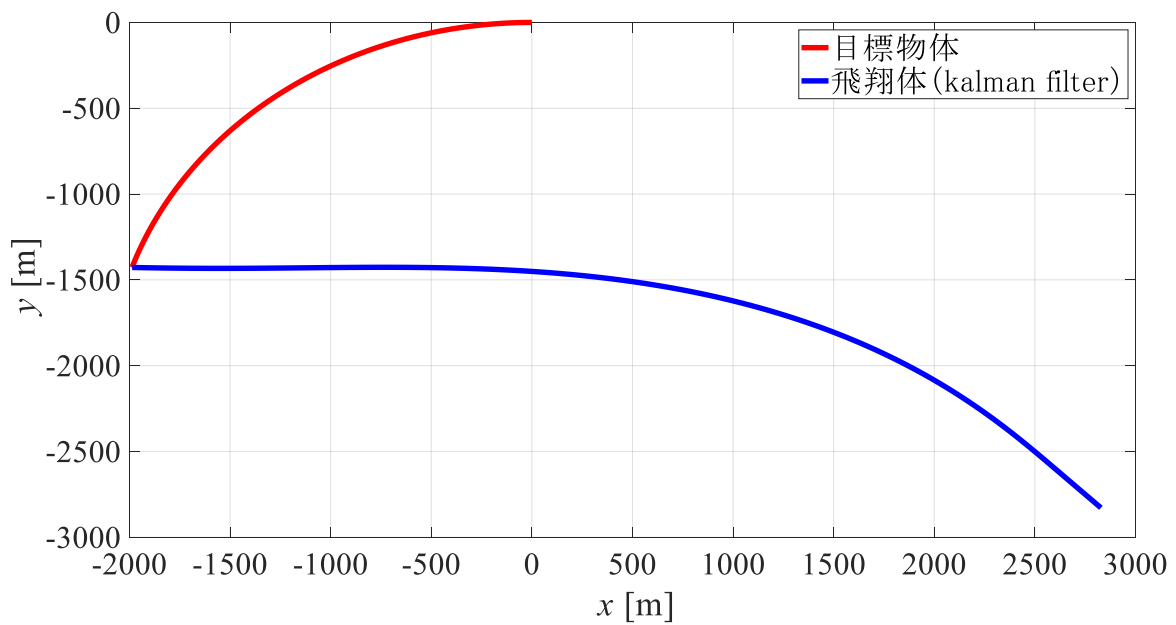


Fig. 5-73 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)

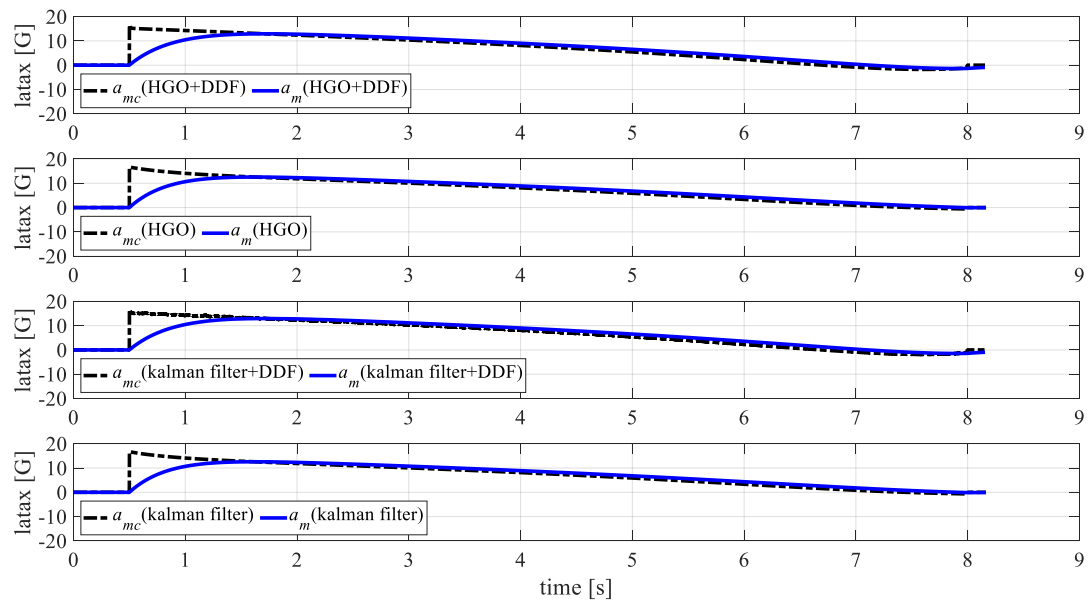


Fig. 5-74 横加速度の時間履歴

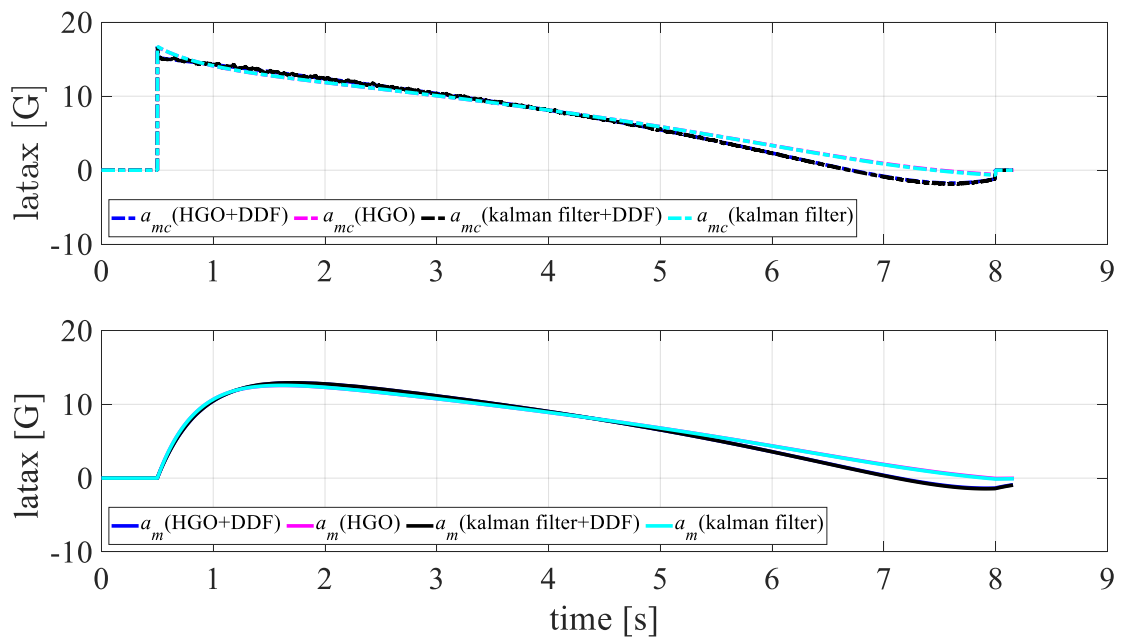


Fig. 5-75 指令横加速度と横加速度の比較

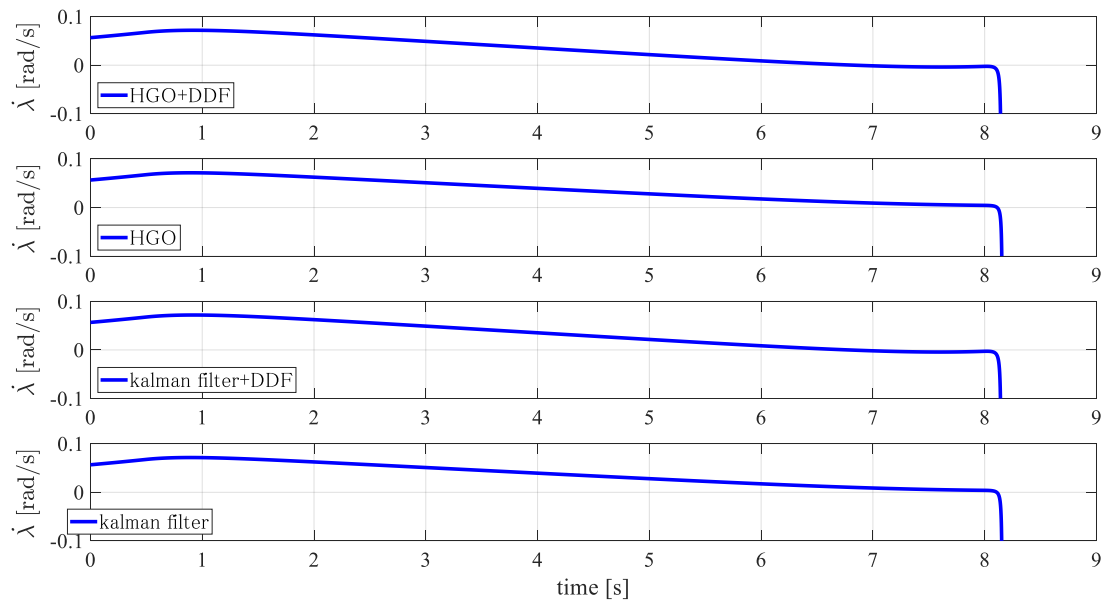


Fig. 5-76 LOS レートの時間履歴

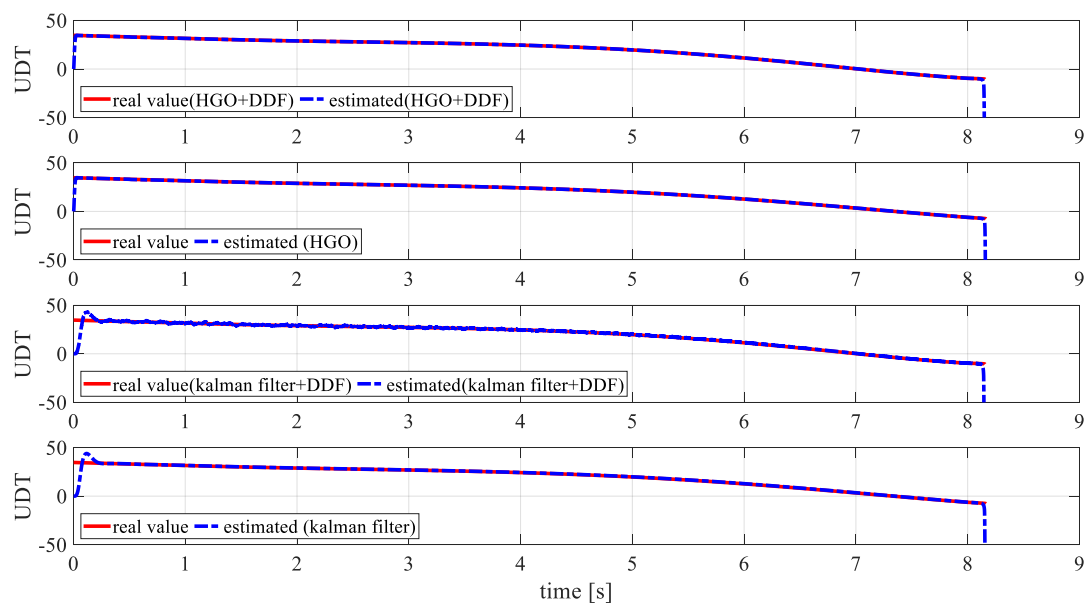


Fig. 5-77 UDT 推定の時間履歴

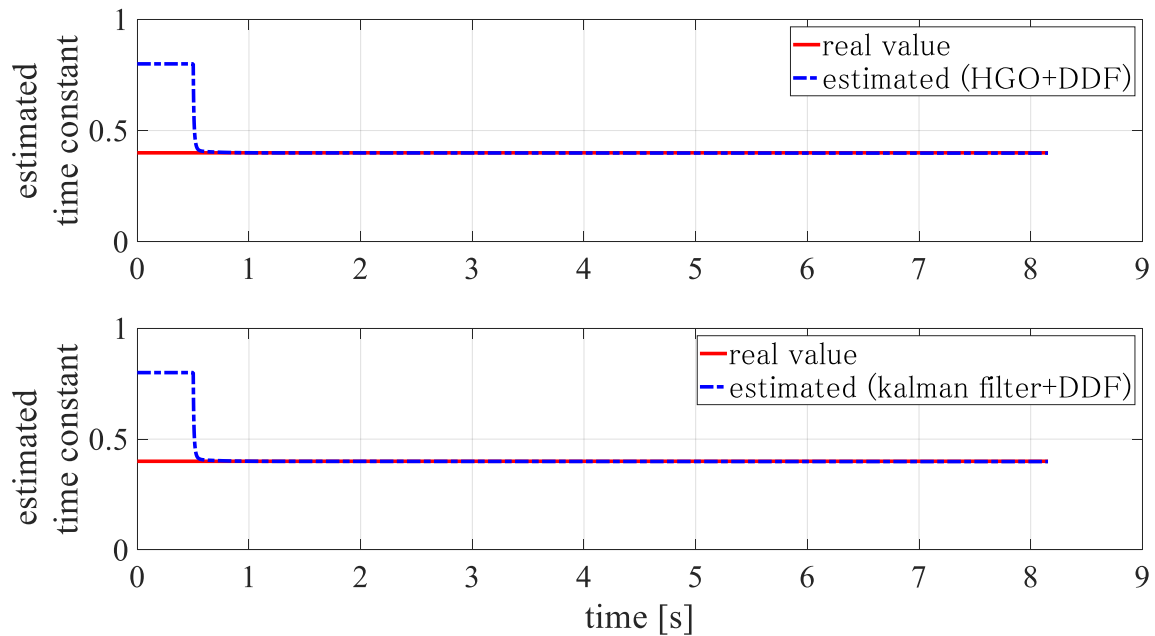


Fig. 5-78 時定数推定の時間履歴

Fig. 5-70 から Fig. 5-78 は、一定横加速度で運動する目標物体に対して $\Gamma = 135[\text{deg}]$ の位置から飛翔体が飛行を開始した場合の数値シミュレーション結果である。飛翔体は目標物体の後方から飛行を開始するため、 Γ が小さい場合と比較して飛行距離が長くなる。この場合も、Fig. 5-70 から Fig. 5-73 に示す軌道に大きな変化はなく、同じような軌道をとっていることがわかる。また、会合地点までの目視線距離は離れるものの、目標物体は一定の横加速度にて運動するため、Fig. 5-74、Fig. 5-75 に示す通り、指令横加速度、横加速度共に DDF による時定数推定を行った場合の方が小さい値をとれていることがわかる。

目標物体に起因する UDT の推定は、初期値が 0 でないためカルマンフィルタを用いた場合、推定の初期にオーバーシュートを起こしている。一方で、拡張 HGO による推定はカルマンフィルタによるものより早く真値に収束し、オーバーシュートも起こしていないことが Fig. 5-77 から見て取れる。

飛翔体の指令横加速度と横加速度は 1.5[s] 付近まで差が生じていることが Fig. 5-74 からわかる。これによって DDF は駆動され Fig. 5-78 に示す通り無誘導期間終了直後に時定数を推定できている。

【5-4-6】 $\Gamma = 135[\text{deg}]$ かつ目標物体がウィービング運動する場合

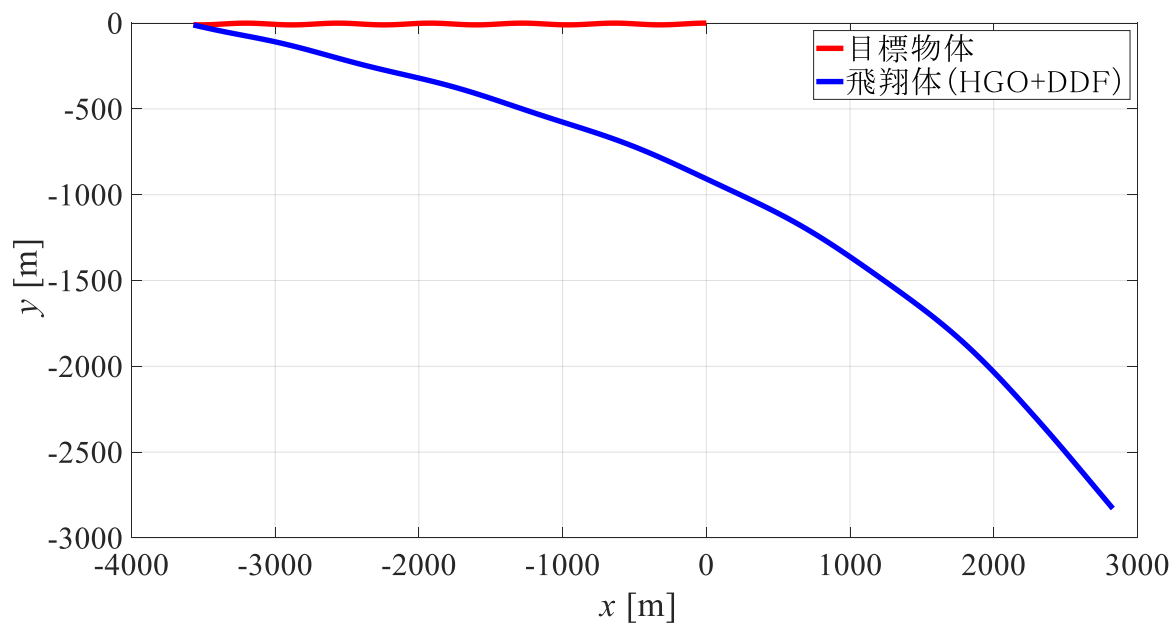


Fig. 5-79 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO+DDF)

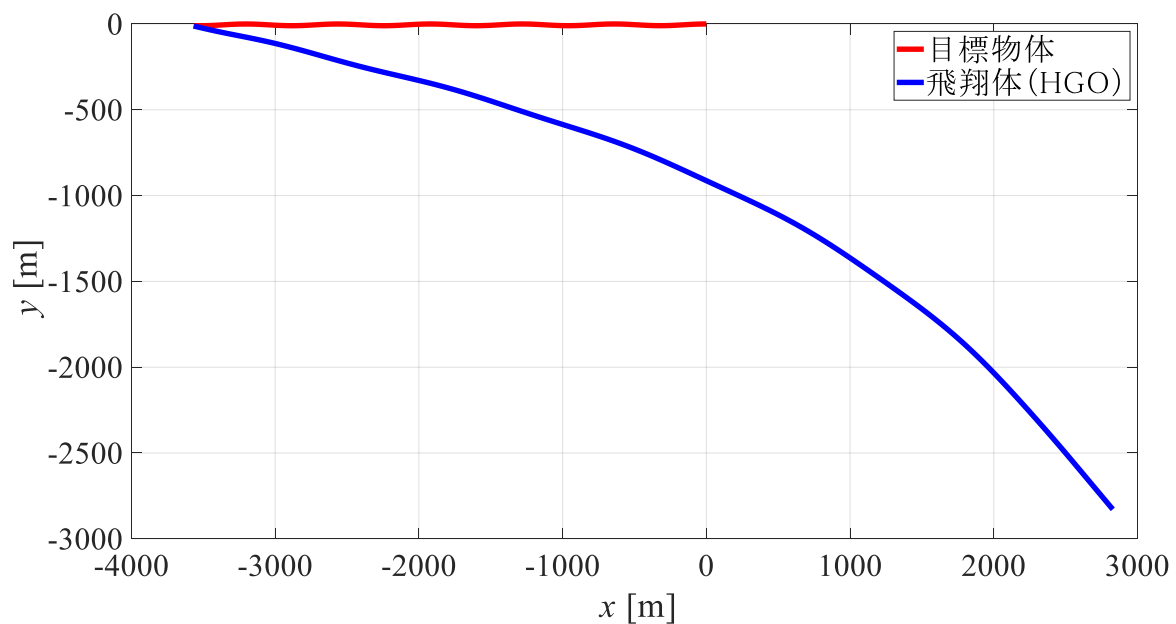


Fig. 5-80 飛翔体と目標物体の軌道 (HGO)

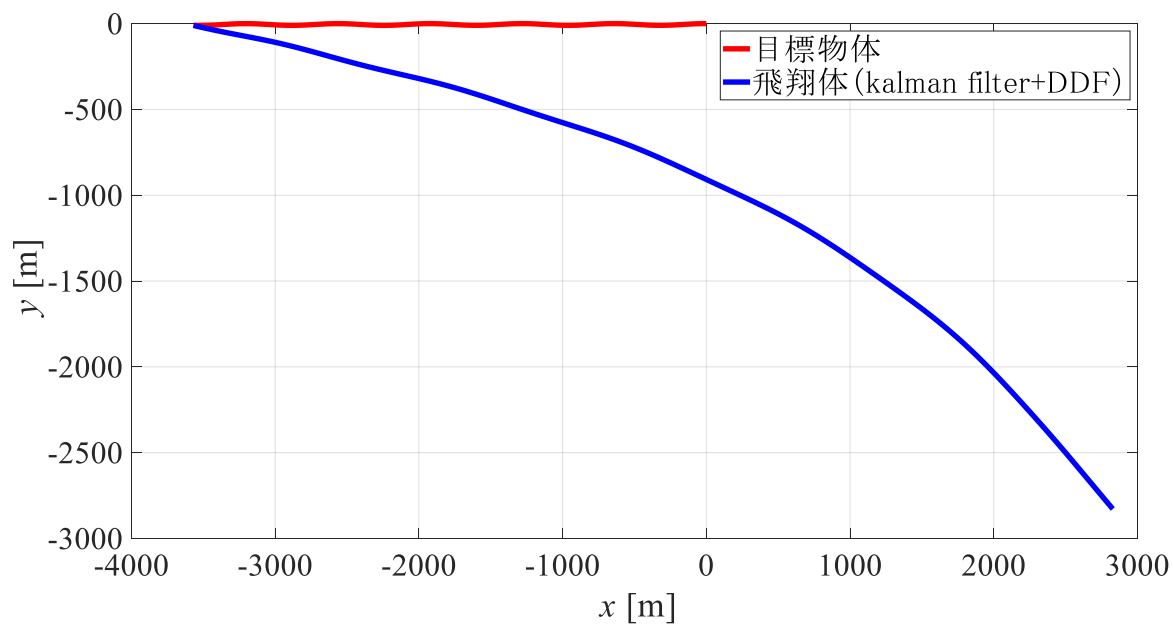


Fig. 5-81 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter+DDF)

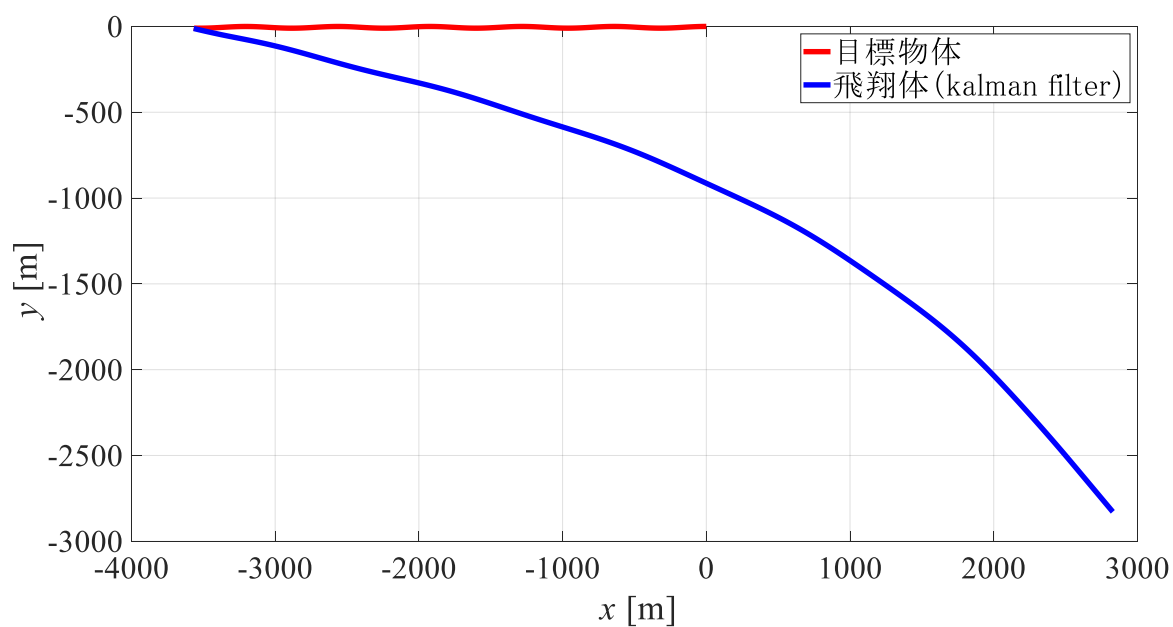


Fig. 5-82 飛翔体と目標物体の軌道 (kalman filter)

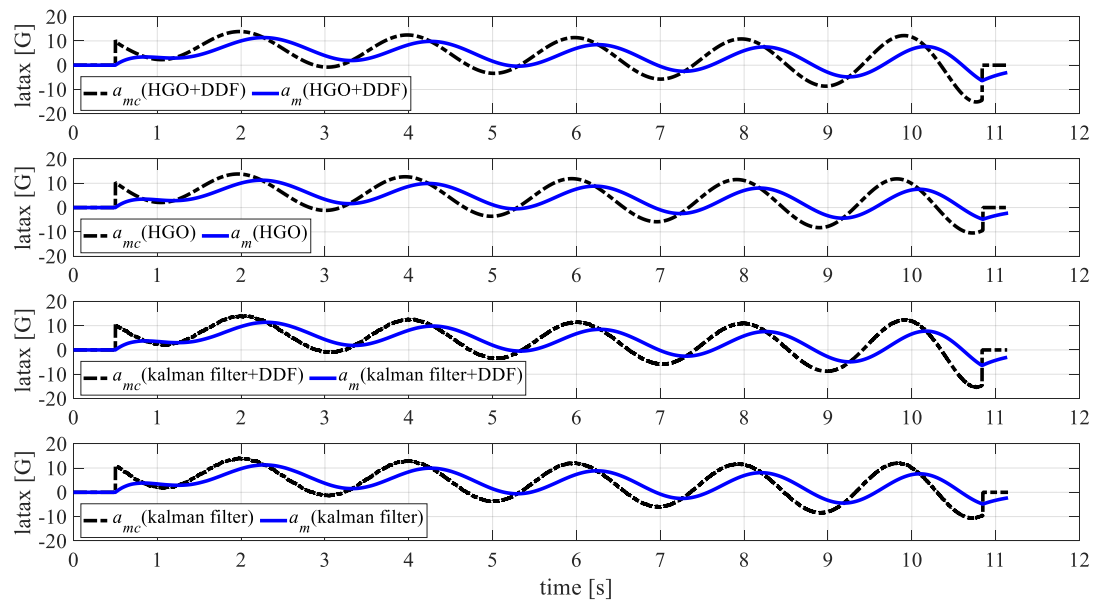


Fig. 5-83 横加速度の時間履歴

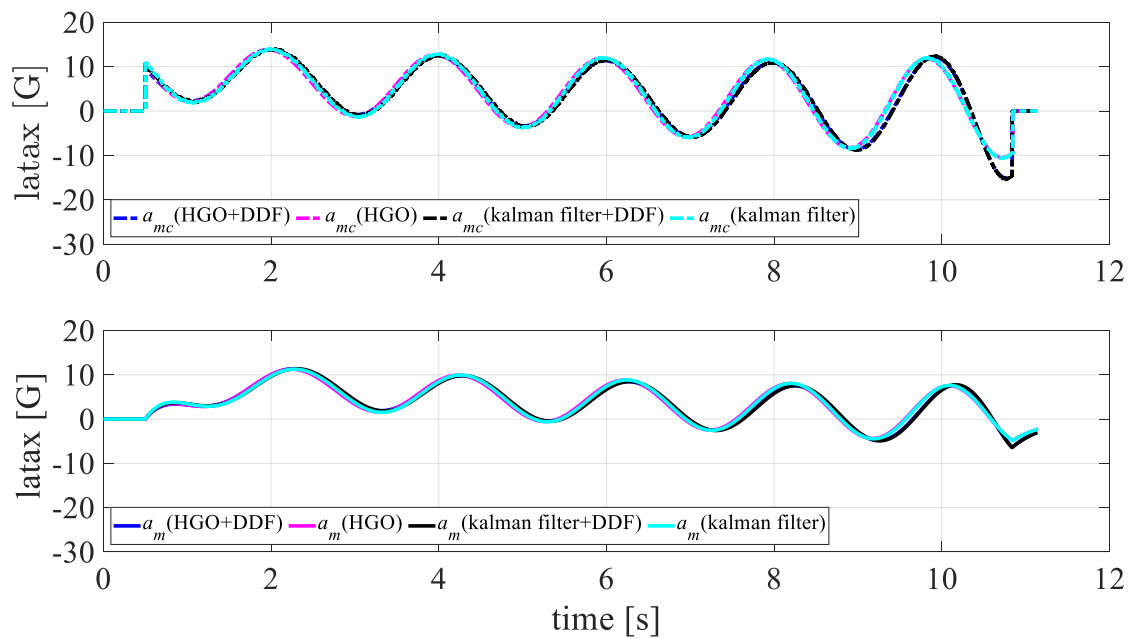


Fig. 5-84 指令横加速度と横加速度の比較

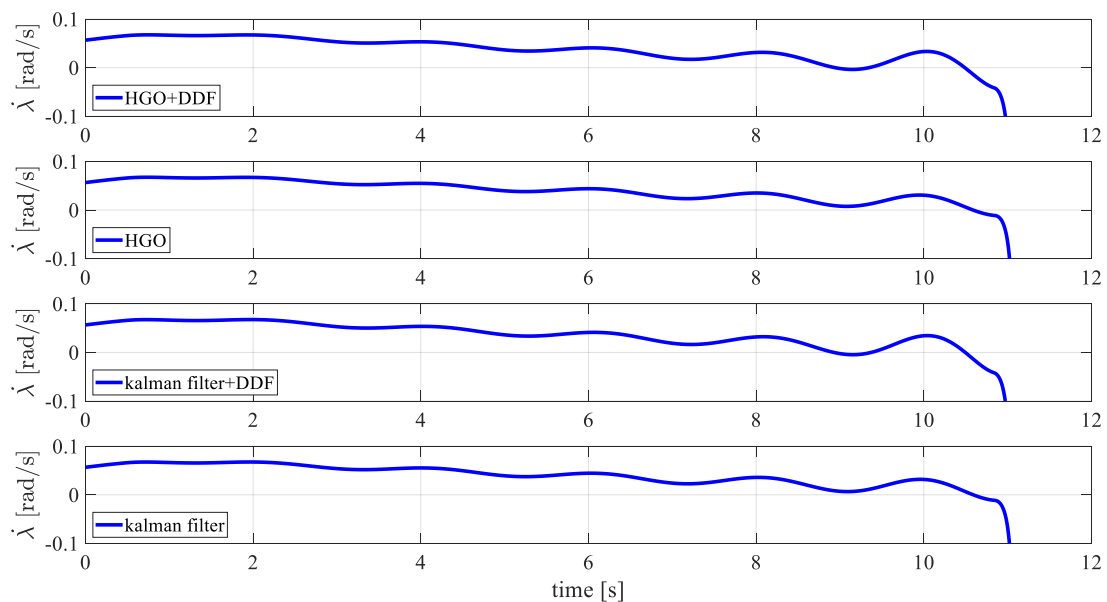


Fig. 5-85 LOS レートの時間履歴

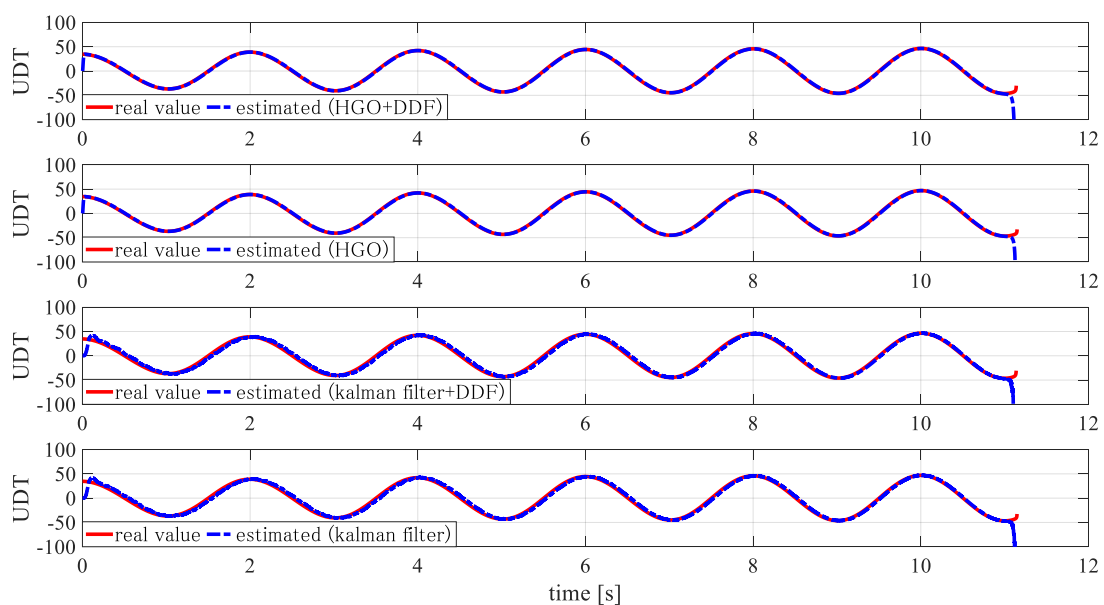


Fig. 5-86 UDT 推定の時間履歴

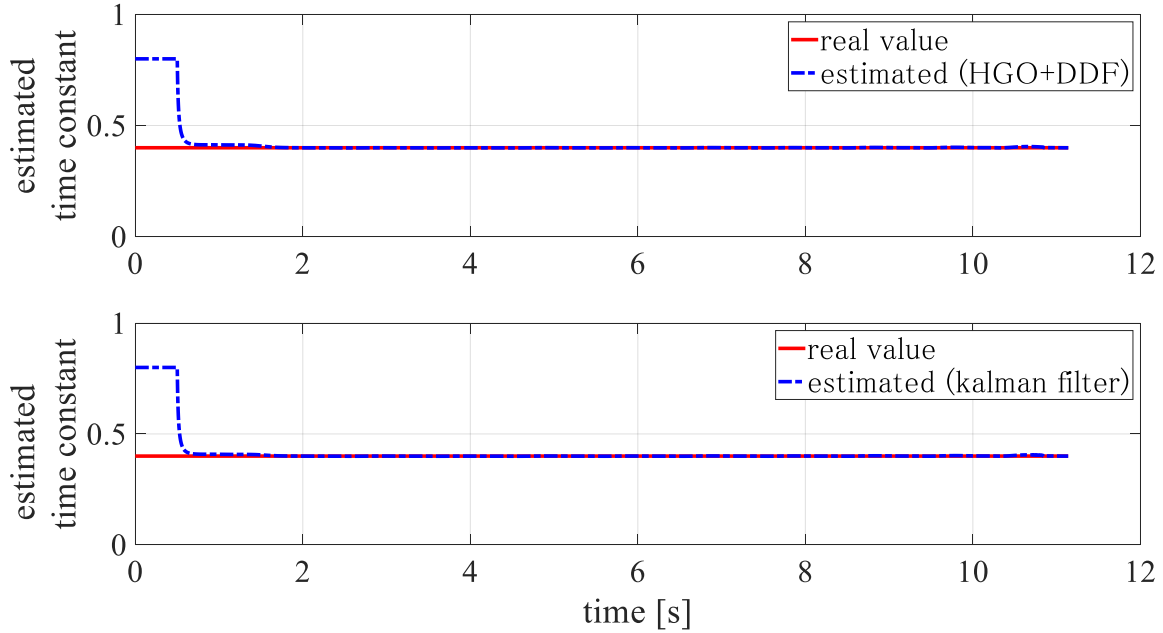


Fig. 5-87 時定数推定の時間履歴

Fig. 5-81 から Fig. 5-87 は、ウィービング運動する目標物体に対して $\Gamma = 135[\text{deg}]$ の位置から飛翔体が飛行を開始した場合の数値シミュレーション結果である。目標物体はウィービング運動するものの、一定方向に旋回する軌道ではないため、数値シミュレーションの中では一番長い軌道となる。

Fig. 5-79 から Fig. 5-82 に示す通り、軌道に大きな差は生じていない。Fig. 5-83, Fig. 5-84 から、指令横加速度と横加速度の時間履歴にも大きな差は現れていないことがわかる。会合直前において、時定数推定を行わない場合の指令横加速度が時定数推定を行う場合のものより小さい値をとっているが、これもほかの場合と同様に目標物体の機動が会合直前で一定横加速度による運動と近似できなくなったことと、目標物体のウィービング運動の周期および初期の目視線距離に因るものと考えられる。

これまでの数値シミュレーションの中で、飛翔体の飛行経路角変更が最も少ない軌道であるが、UDT の初期値は 0 でないため、目標物体が一定の横加速度で運動する場合と同程度のカルマンフィルタはオーバーシュートを起こしていることが Fig. 5-86 からわかる。一方で、拡張 HGO による UDT 推定はオーバーシュートを起こすことなくカルマンフィルタより短時間で推定を終えていることがわかる。また、DDF による時定数推定も目標物体のウィービング運動の影響を受ける前に真値に収束で来ていることが Fig. 5-87 から見て取れる。

なお、【5-4-2】、【5-4-4】、【5-4-6】の目標物体がウィービング運動する場合の数値シミュレーションにおいて、ウィービング周波数として、 $\pi t[\text{rad/s}]$ を用いた。本研究では、同条件において周波数帯を変えた数値シミュレーションを行ったが、大きな周波数依存性は認められなかった。従って、ここでは、その代表的な周波数における数値シミュレーション結果のみ示す。

【5-5】観測誤差に対するミスディスタンスの特性

次に、4つの手法によって補正を行った誘導則の観測誤差に対する特性を調べるための数値シミュレーション結果を示す。数値シミュレーションは、観測誤差を考慮しない場合と同様に $\Gamma = 30[\text{deg}]$, $90[\text{deg}]$, $135[\text{deg}]$ の3か所から目標物体が一定横加速度で運動する場合とウィービング運動を行う場合で行った。観測誤差は、各 Fig. の横軸に示す標準偏差のノイズを a_m , R , V_c , $\dot{\lambda}$ に加法的に与えることに

よって再現し、会合直前まで減衰しないものとした。

以降、観測誤差とミスディスタンスの関係について説明する。

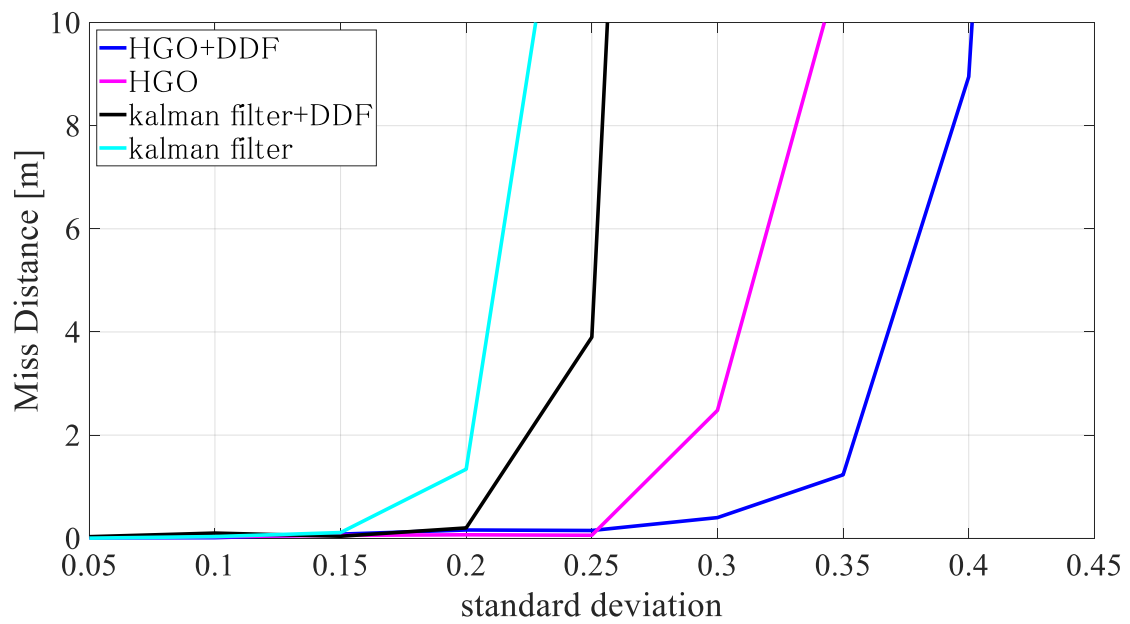


Fig. 5-88 $\Gamma = 0[\text{deg}]$, $R = 4000[\text{m}]$, 目標物体：一定横加速度による運動

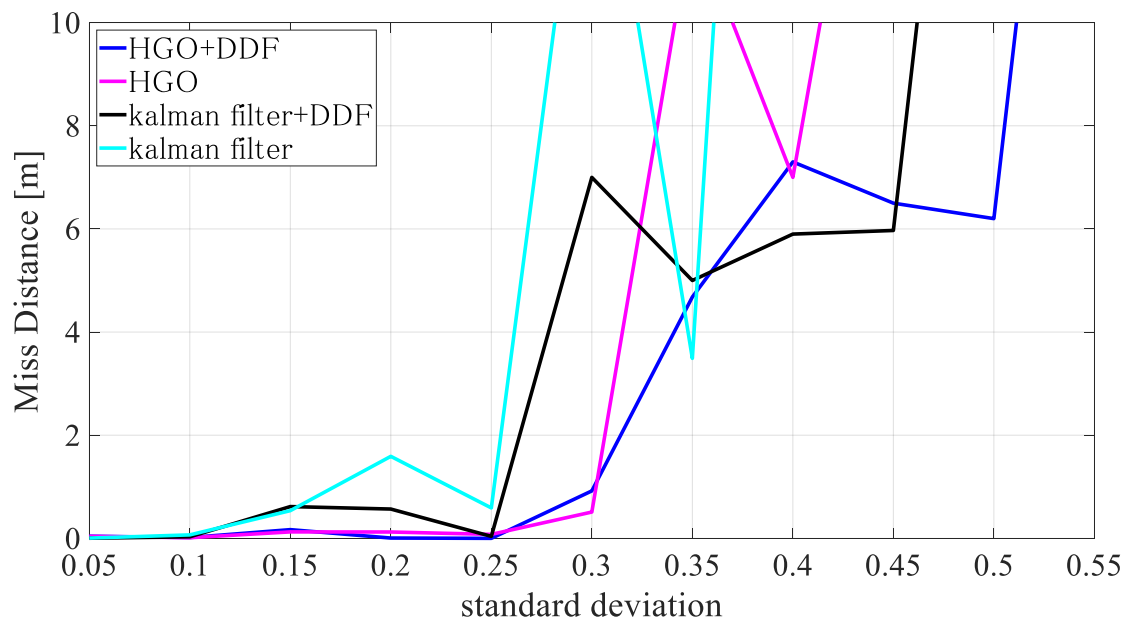


Fig. 5-89 $\Gamma = 0[\text{deg}]$, $R = 4000[\text{m}]$, 目標物体：ウィービング運動

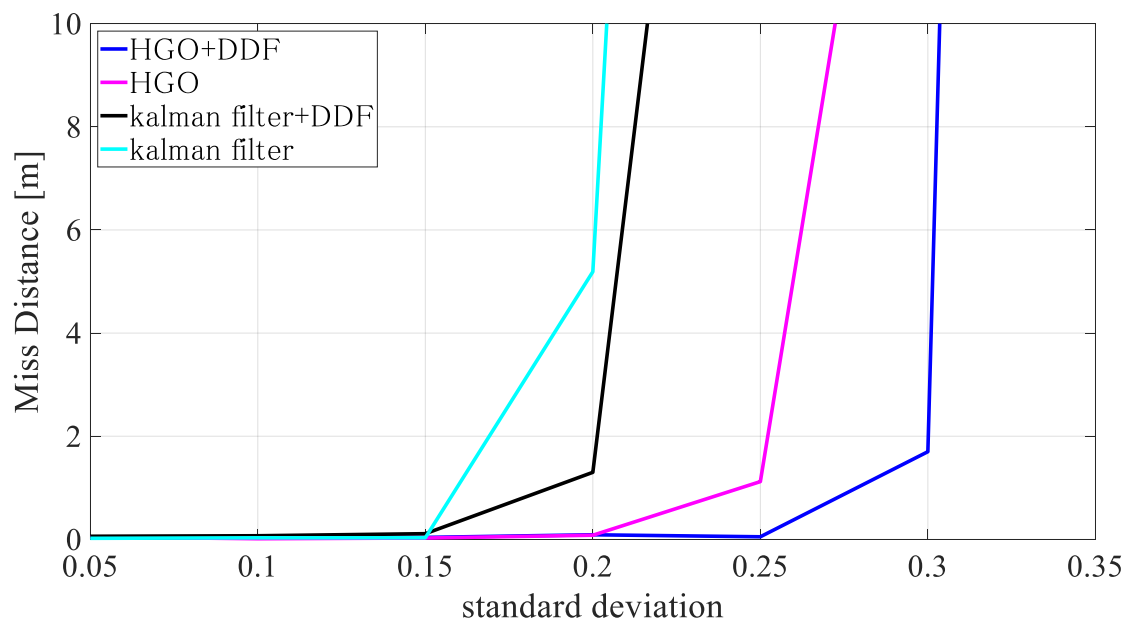


Fig. 5-90 $\Gamma = 90[\text{deg}]$, $R = 4000[\text{m}]$, 目標物体：一定横加速度による運動

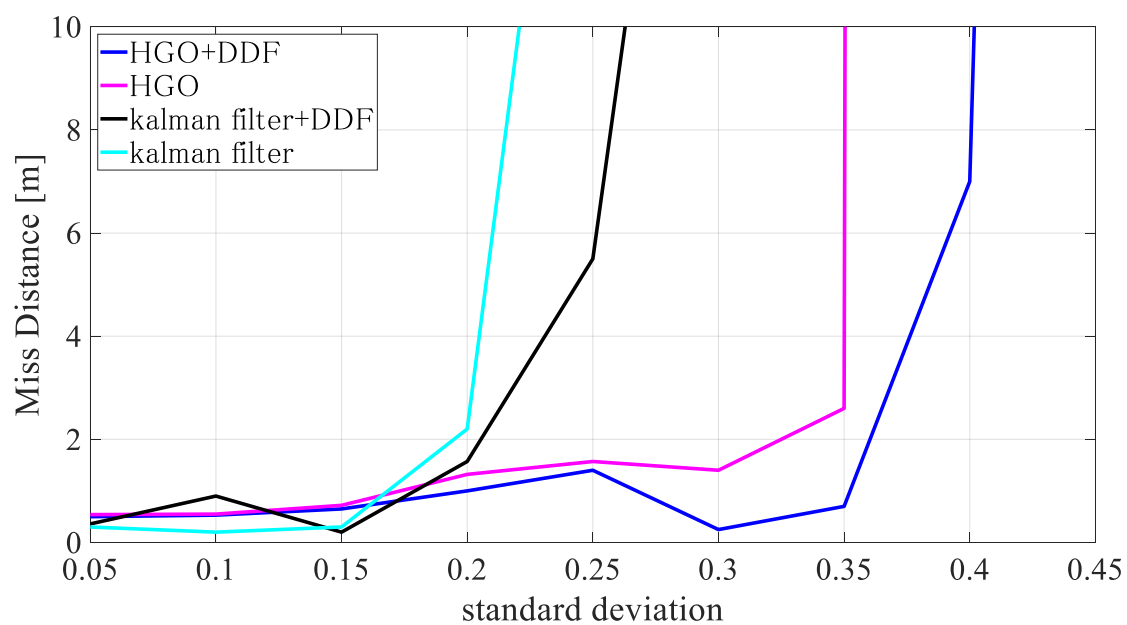


Fig. 5-91 $\Gamma = 90[\text{deg}]$, $R = 4000[\text{m}]$, 目標物体：ウィービング運動

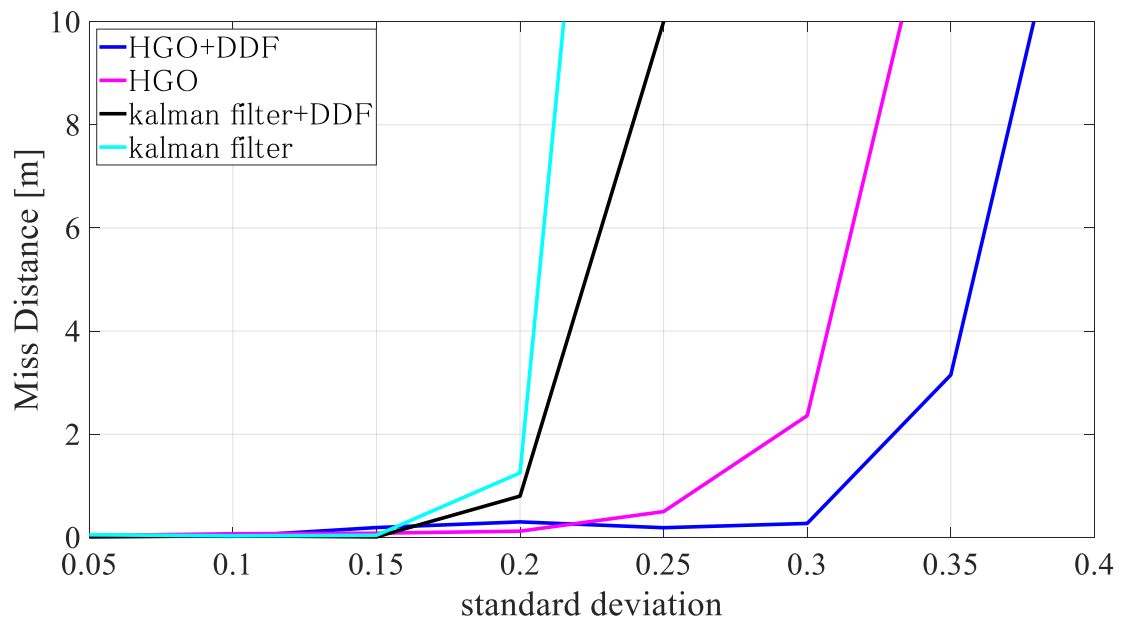


Fig. 5-92 $\Gamma = 135[\text{deg}]$, $R = 4000[\text{m}]$, 目標物体：一定横加速度による運動

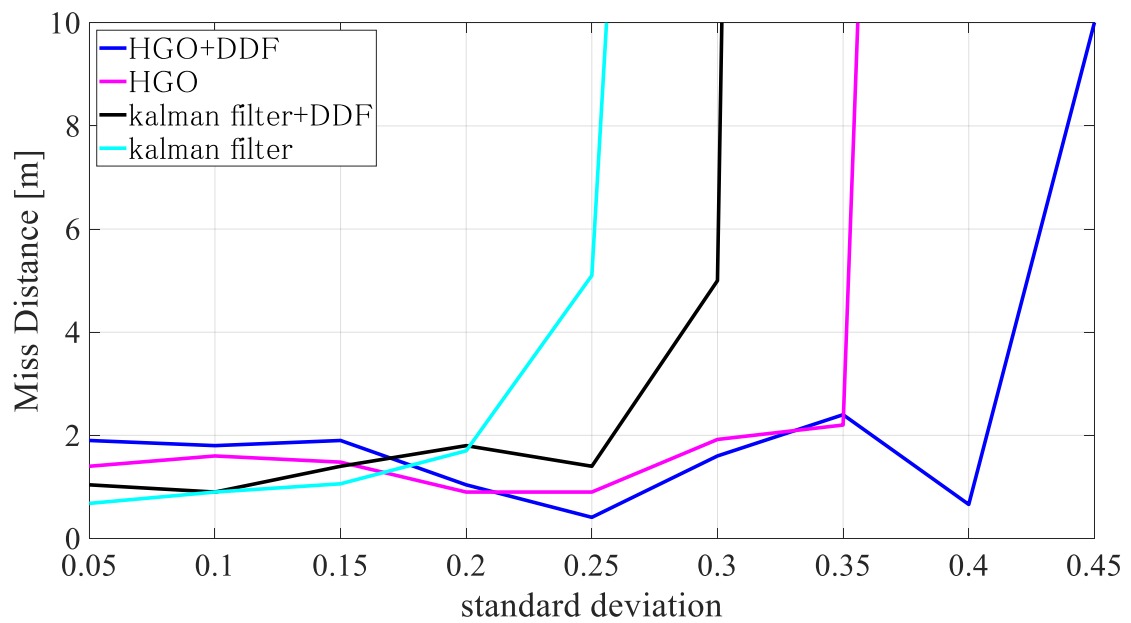


Fig. 5-93 $\Gamma = 135[\text{deg}]$, $R = 4000[\text{m}]$, 目標物体：ウィービング運動

a_m , R , V_c , λ へのノイズは、指令横加速度に影響を与え、指令横加速度に振動を与える。従って、ノイズの標準偏差に比例して誘導精度は劣化し、ミスディスタンスは増大する。一方で、本研究で提案する拡張 HGO と DDF はノイズによる影響を抑え、標準偏差の大きなノイズに対しても極力誘導精度の劣化を防ぐことを目的としている。Fig. 5-88, Fig. 5-90, Fig. 5-92 から、目標物体が一定横加速度で運動する場合、カルマンフィルタのみによる UDT 推定を行った場合、標準偏差が0.2以上のノイズが付加されるとミスディスタンスは急増し、5[m]以上の値となる。また、カルマンフィルタと共に DDF を用いた場合、ノイズに対する耐久性の増加はあるものの、ミスディスタンスはすぐに5[m]以上の値となっている。一方で、拡張 HGO による UDT 推定を行った場合、時定数の推定は行っていない場合でも $\Gamma = 0, 135[\text{deg}]$ の場合は標準偏差0.3まで、 $\Gamma = 90[\text{deg}]$ の場合は標準偏差0.25までのノイズに対して耐久性を示している。カルマンフィルタを用いて UDT を推定する場合との差が生じた原因は、5-4 節で示した数値シミュレーション結果に表れた推定時間の差とカルマンフィルタのオーバーシュート現象によるものと考えられる。

拡張 HGO と DDF を共に使用した場合、 $\Gamma = 0, 135[\text{deg}]$ の場合は標準偏差0.35まで、 $\Gamma = 90[\text{deg}]$ の場合は標準偏差0.3までのノイズに対して耐久性を示している。

一方で、目標物体がウィービング運動をする場合、Fig. 5-89, Fig. 5-91, Fig. 5-93 に示すように目標物体が一定横加速度で運動する場合よりもノイズに対する耐久性が増加していることがわかる。特に、目標物体の後方から飛翔体が追いかける形となる $\Gamma = 135[\text{deg}]$ の場合、拡張 HGO と DDF を共に誘導則に組み込むと標準偏差0.4のノイズに対しても約0.6[m]のミスディスタンスに抑えていることがわかる。

【第6章】結 論

本論文では、飛翔体誘導における動特性変動を補正し、誘導精度を向上させることを目的として行った研究に関して述べた。大型航空機と比較して急激な速度変化、質量変化が予測される飛翔体は、動特性変動に起因する様々な要因で誘導精度の劣化を引き起こす。本研究ではそれらの要因の中で『速度方向の複雑な加速』、『システムの時定数変動』、『目標物体の予測できない運動や外乱項 (UDT)』に着目し、それぞれに対して『改良型 Modified PN』、『DDF』、『拡張 HGO』を提案することによって誘導精度の改善を図った。以下に本研究にて得られた成果の概要をまとめる。

研究成果 1 : Modified PN を改良した誘導則 (改良型 Modified PN) の提案により、速度方向の複雑な加速の影響による不要な軌道の蛇行とそれに伴う誘導抵抗を減少させ、速度を維持する誘導を実現した。(ブーストフェーズ)

誘導精度を劣化させる飛翔体側の原因として『速度方向の複雑な加速』が挙げられる。この問題に対する先行研究である Modified PN は Pure PN と PPN をある合成比によって組み合わせた誘導則である。合成比は飛翔体の速度方向の加速度によって決定される。この従来の手法では、その加速度を一定と近似でき、かつ、既知であることを前提条件としていた。しかし、実際には空気力や質量変化が複雑に作用し、速度方向の加速度を一定近似した場合、誘導精度を劣化させる影響を無視できない。そこで、より厳密に飛翔体の速度方向の加速度を補正するために、空気力や質量変化を考慮した最適化計算を直接的手法によって行い、最適解 (揚力係数の二乗時間積分を評価関数とする) を導出した。そして、その最適解を Modified PN (Pure PN と PPN による組み合わせ) によって実現するためにゲインを t_{go} に関して拡張し、新たに決定する方法を提案した。最適化計算により得られる軌道を完全に実現するためには、リアルタイムでの計算が必要不可欠である。一方で、機体構造の制約や計算機の処理能力の観点からから、それを実現することは不可能である。そこで、飛翔体と目標物体の相対的位置関係に応じたゲインを決定するパラメータを事前に計算し、テーブルデータとして保有しておき、飛行開始時の相対的な位置関係によって、テーブルデータからパラメータを決定し、適切なゲインを誘導則に与えるという方法を提案した。

数値シミュレーションの結果から、提案誘導則を用いた場合、従来の Modified PN と比べて会合直前の速度を維持できることを確認できた。また、提案手法の有効性は、特に目標物体の前方から飛翔体を誘導する相対速度の増加と軌道修正を大きく必要とする場合により顕著に表れる傾向にあった。

目標物体の後方から飛行を開始する場合、会合直前の速度に顕著な差は無かった。一方で、指令値の時間履歴を見ると、従来の Modified PN は飛翔体の速度方向の加速度を完全に補正できておらず、入力 (指令横加速度・揚力係数) に急激な増減が見て取れた。急激な入力の増減は、機体に負荷をかける可能性がある。他方、提案誘導則は、速度方向の加速度を補正することができ、急激な入力の増減を避けることができた。

研究成果 2 : DDF によるシステムの時定数の推定 (ターミナルフェーズ)

誘導精度を劣化させる飛翔体自身の動特性に起因する要因として、『システムの時定数変動』が挙げられる。通常、システム設計を行う段階で時定数は決定される。大型航空機などの場合、そのシステムの時

定数はあまり変化せず、更に、多少であれば時定数の設定値と真値の誤差は誘導に大きな影響を及ぼさない。一方で、本研究において着目した飛翔体は、高速での運用が想定され時定数の変動による誤差は速度増加に比例して飛行に大きな影響を及ぼす可能性を含んでいる。また、飛翔体はその機体重量の多くをロケットモーター推進剤が占めている。従って、飛行開始時の機体重量と会合直前での機体重量は大きく異なる可能性がある。機体重量の変化は慣性モーメントの変化を引き起こし、飛翔体のシステム全体としての時定数の変化を助長する。その影響は加速が終了し、目標物体との目視線距離の減少に伴って増大する。そこで、本研究では提案する DDF によってブースト（ミッドコース）フェーズ終了後に変化している可能性のあるシステムの時定数を推定し、真値との誤差をなくすことにより誘導精度の劣化を回避する方法を試みた。

DDF はシステムの時定数を推定するが、実際には、飛翔体に指令横加速度を発生させることを目的としている。従って、時定数の設定値と真値が異なっていた場合でも飛翔体の横加速度と指令横加速度が一致していた場合、時定数の推定は行わない。これが、DDF（Difference-Driven）と名付けた所以である。

数値シミュレーションでは、一定横加速度で移動する目標物体に対して指令横加速度を最小とする一次遅れ系の最適誘導則に DDF を適用した結果を示した。また、比較のために、目標物体がウィービング運動をした際の有効性の検証も行った。ウィービング運動をする目標物体に対しては、その運動周期を用いた一次遅れ系の最適誘導則が存在し、その誘導則に DDF を適応することによって更に誘導精度の向上が予想されるが、実際には目標物体の運動周期が既知であることは少ない。従って、ウィービング運動する目標物体に対しても一定の横加速度で運動する目標物体を対象とした一次遅れ系の最適誘導則がどの程度の有効性を示せるかの確認を行った。数値シミュレーション結果から、DDF はカルマンフィルタや拡張 HGO による UDT 推定を行う誘導則の精度を向上させることがわかった。また、目標物体がウィービング運動する場合においても、無誘導期間終了後のターミナルフェーズ開始時に発生する指令横加速度を時定数推定を行わない場合に比べて、小さい値に抑えられることがわかった。

目標物体がウィービング運動をする際、会合地点が近づくにつれて DDF を組み込んだ誘導則の指令横加速度が DDF を組み込まない場合に比べて大きな値となったのは、ウィービング運動する目標物体に対して、一定横加速度を想定した最適誘導則を適用したことが原因である。一見、DDF による推定を行わない方が会合地点付近での指令横加速度を小さい値に抑えられているように見えるが、その差は僅かであり、更に、これは目標物体との位置関係や目標物体のウィービング周期に依存すると考えられる。従って、場合によっては DDF を組み込まないことが誘導精度の劣化を引き起こす可能性もある。このことから DDF はウィービング運動する目標物体に対しても誘導精度を悪化させることなく、ウィービング軌道が一定横加速度での運動と近似できる範囲で特に効果を発揮することがわかった。

更に、観測誤差に対する特性を調べるために、観測値に加法的にノイズを加えた数値シミュレーションを行った。DDF の適用によってより大きな観測誤差に対してもミスディスタンス増加の影響を抑えられることがわかった。

研究成果 3：拡張 HGO による UDT の推定（ミッドコース・ターミナルフェーズ）

飛翔体の誘導精度を劣化させる要因のうち、目標物体との相対的な運動に起因するものとして『目標物体の予測できない運動や外乱項（UDT）』がある。本研究では UDT を推定するために HGO の考えを応用した推定法を提案した。そして、その有効性を拡張システムに対するカルマンフィルタを応用したものと比較することによって確認した。拡張 HGO による UDT の推定は、カルマンフィルタを応用した

ものと同程度の推定精度得られることがわかった。

拡張 HGO には、ゲイン調整数が少ないという利点がある。カルマンフィルタは極めて有効なフィルタであるが、推定精度は誤差共分散行列の初期値やプロセスノイズ、観測ノイズの設定に大きく左右される。一方で、提案する拡張 HGO は、数値シミュレーションの範囲でカルマンフィルタと同程度の推定精度をもち、かつ、ゲインの調整数が少なく、目標物体の運動に依らず共通のゲインを用いるため、その汎用性が高く設計が比較的容易といった利点が挙げられる。

数値シミュレーションによって拡張 HGO を適用した最適誘導則は、一定横加速度で運動する目標物体やウィービング運動する目標物体に対して会合精度を向上させることがわかった。その効果は、DDF 共に最適誘導則へ適用することで更に向上することが確かめられ、ノイズに対する耐久性が向上することも確認できた。

以上が研究成果である。なお、本研究において提案した改良型 Modified PN, DDF, 拡張 HGO は飛翔体を例に適応例を示したが、必ずしも飛翔体に限定したものではなく、設定を変更することによってあらゆる分野へ一般化しての適用が可能である。特に、DDF はシステムに組み込むことによって、昨今、種類増加の一途をたどるドローンをはじめ航空機、宇宙機、更に船舶や車両の開発における時定数の設計が不要となる可能性を含んでおり、誘導制御分野の発展に寄与し得るものである。ここに本研究の工学的意義があると考ええる。

【補遺 1】非線形計画問題

本研究において、直接的な最適解を得る手法として用いた Matlab® の `fmincon` は非線形計画法のソルバーである。非線形計画問題とは、一般に目的関数を

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{A1.1})$$

と設定したとき、

$$h_i(x_1, x_2, \dots, x_i) = 0 \quad (\text{A1.2})$$

$$i = 1, 2, \dots, l \quad (\text{A1.3})$$

の等式制約条件と

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_j) \leq 0 \quad (\text{A1.4})$$

$$j = 1, 2, \dots, m \quad (\text{A1.5})$$

の不等式制約条件の下で目的関数を最小とする解を見つける問題である。ここで、 f 、 h_i 、 g_j は、一般的に非線形の関数を示す。式(A1.2)から(A1.5)を満たす $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ を実行可能解、評価関数を最小とする \mathbf{x}^* を最適解と称す。

非線形計画問題の必要条件は Kuhn-Tucker 条件として知られており

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = \nabla f(\mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*T} \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\mu}^{*T} \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{A1.6})$$

$$\lambda_k^* g_k(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (\text{A1.7})$$

$$h(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (\text{A1.8})$$

$$g_k(\mathbf{x}^*) \leq 0 \quad (\text{A1.9})$$

$$\lambda_k^* \geq 0$$

$$k = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A1.10})$$

を満たす Lagrange 乗数 λ^* 、 μ^* が存在することである^[65]。

【補遺 2】 カルマンフィルタ

本研究においては、UDT を推定する手法として拡張 HGO を提案した．一方で、従来のシステムの状態量推定法として、カルマンフィルタが非常に有名である^{[66][67][68][69]}．カルマンフィルタは、一般的に、線形システムの推定に用いられる．また、非線形システムに対しては、各時刻においてテーラー展開による線形化を行い、それぞれの時刻にカルマンフィルタを適用する拡張カルマンフィルタ^{[67][70]}が用いられる．更に、微分ができない不連続な非線形性なシステムに対しては、各時刻の線形近似を用いるのではなく、確率密度関数を正規分布で近似するアンセンティッドカルマンフィルタ^[67]が用いられる．

【A2-1】 カルマンフィルタによる UDT の推定

本研究における提案フィルタ（拡張 HGO）の有効性を検証するために、カルマンフィルタによる UDT の推定を行う．

LOS レートのダイナミクスに不確かさ・外乱項 h のダイナミクスを追加した拡張システムを 4-2 節と同様に以下のように定義する．

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{R} \\ 0 \end{bmatrix} a_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \psi(t) \quad (\text{A2.1})$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \sigma \\ h \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.2})$$

この拡張システムの状態推定値と誤差共分散行列の時間微分は以下のようになる．

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\sigma}} \\ \dot{\hat{h}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\sigma} \\ \hat{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{R} \\ 0 \end{bmatrix} a_m + P \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T R'^{-1} \left(y - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{\sigma} \\ \hat{h} \end{bmatrix} \right) \quad (\text{A2.3})$$

$$\dot{P} = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P + P \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T - P \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T R^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} P \quad (\text{A2.4})$$

ここで、 R' と Q はそれぞれ観測ノイズとプロセスノイズを示す．

【補遺 3】 最小二乗法による比較

本論文の提案誘導則である改良型 Modified PN による誘導には、 β_2 を決定する必要がある。 β_2 (B_2 , B_3) の決定方法は、4-1-1-2 節の手順 3) に示す通り、オフラインで β_2 と β'_2 を最小二乗法によって比較することで決定する。その際、用いるデータは (β_2, t_{go}) と (β'_2, t_{go}) のデータを用いる ((β_2, t) と (β'_2, t) のデータを用いるのではないことに注意されたい)。

第 5 章の数値シミュレーション結果における各 β_1 , β_2 , β'_2 の時間履歴のグラフは、横軸に t をとっているため、一見、最小二乗法による β_2 の補正がうまくできていないように見えるが、横軸に t_{go} をとった場合、 β_2 と β'_2 は Fig. A3-1 のようになり、うまく補正できていることがわかる。

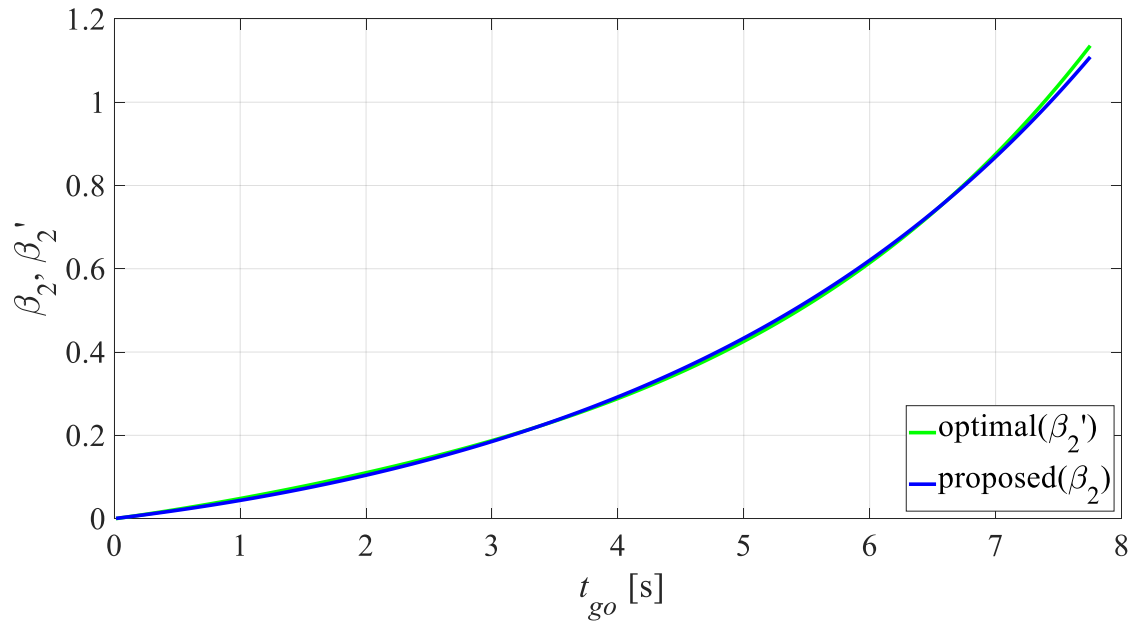


Fig. A3-1 β_2 , β'_2 vs t_{go}

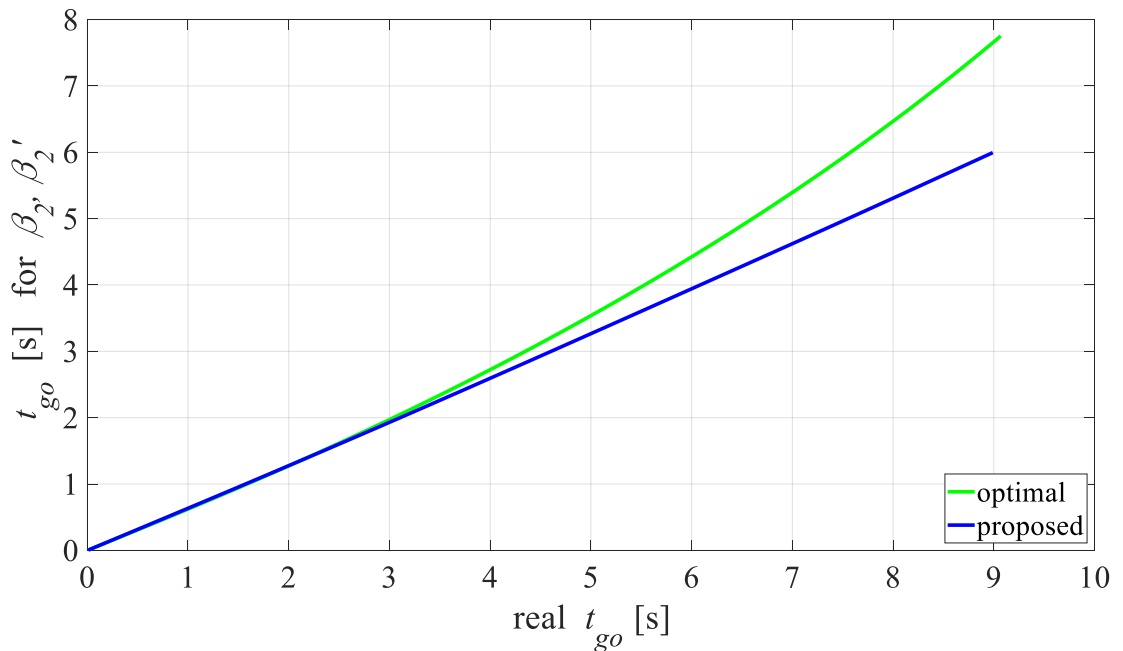


Fig. A3-2 t_{go} for β_2 , β'_2 vs real t_{go}

一方で、オンラインで用いる β_2 はニュートン法による t_{go} と B_2 , B_3 を用いる．ニュートン法による t_{go} の推定結果は Fig. A3-2 に示す通りであり，最適化計算による結果と誤差が生じていることがわかる．このため，Fig. A3-1 と Fig. 5-3 に誤差が生じている．

【補遺 4】 リード角への対応

本研究における飛翔体の加速度を補正した誘導則は、オフライン処理においてリード角ありの場合にも対処可能である．ここでは、目標物体の進行方向に30[deg]のリード角をとって飛行を開始する場合の数値シミュレーション結果を示す．

以下に、リード角として30[deg]を設定した場合の Γ と目視線距離に対応した B_2 、 B_3 のテーブルデータを示す．

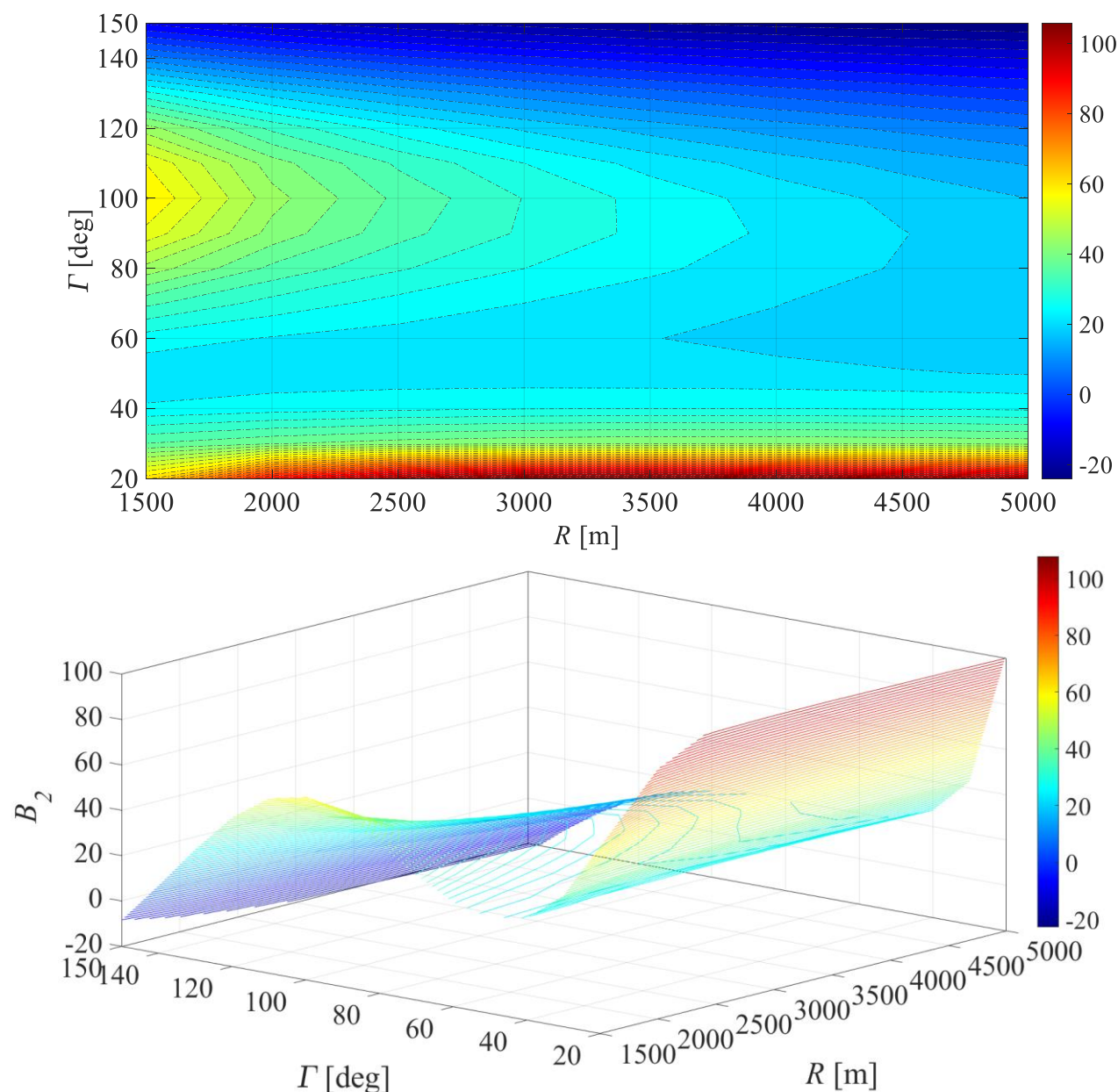


Fig. A4-1 B_2 (改良型 Modified PN のゲイン係数)

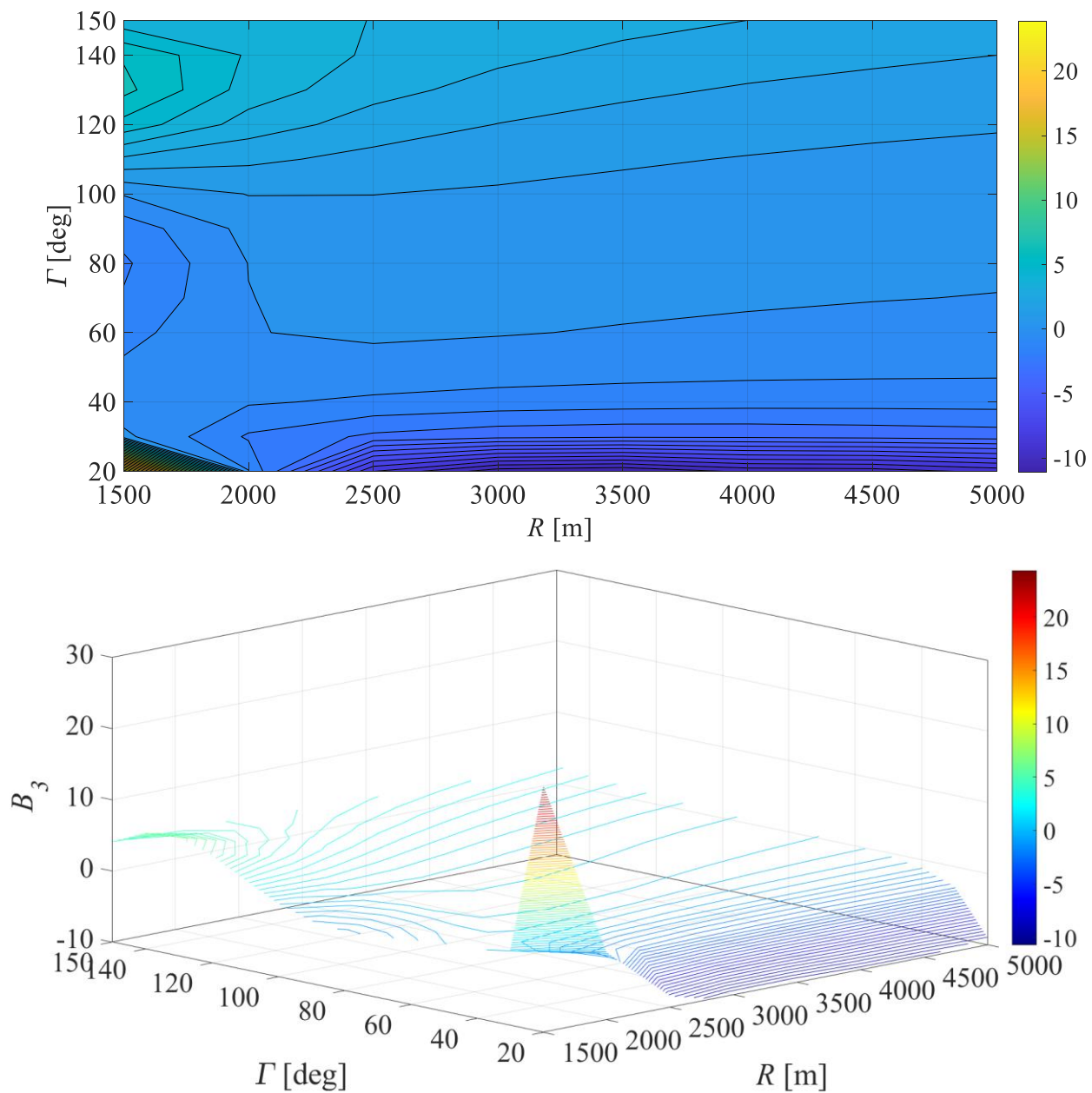


Fig. A4-2 B_3 (改良型 Modified PN のゲイン係数)

次に、 $\Gamma = 60[\text{deg}]$, $R = 4000[\text{m}]$ の位置からリード角を $30[\text{deg}]$ とした場合の数値シミュレーション結果を示す。

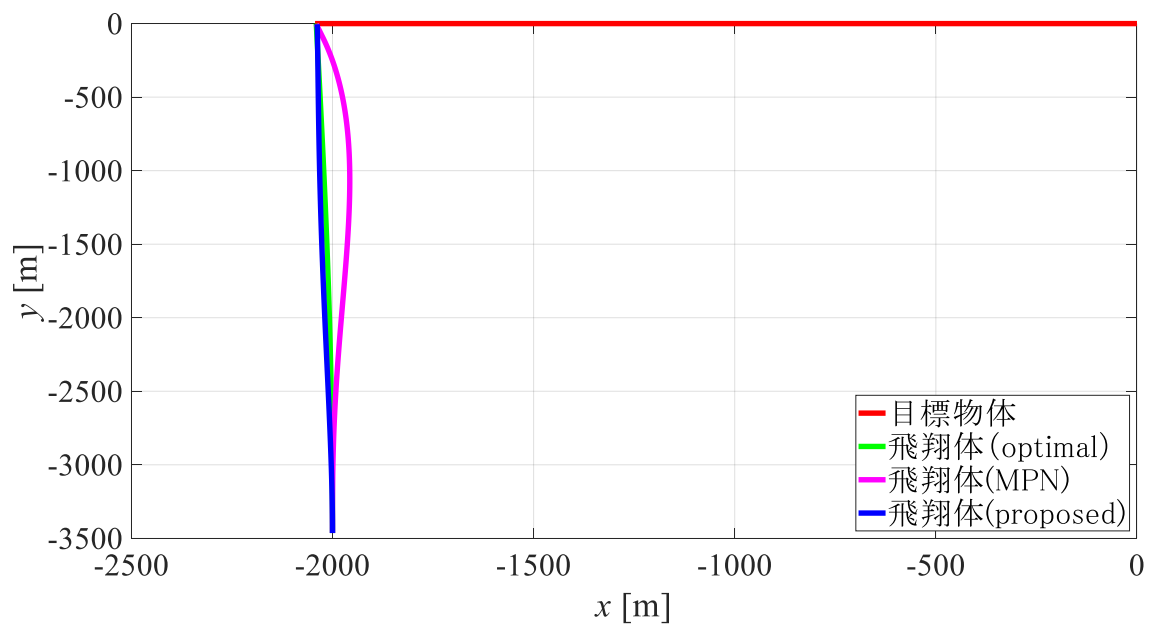


Fig. A4-3 飛翔体と目標物体の軌道

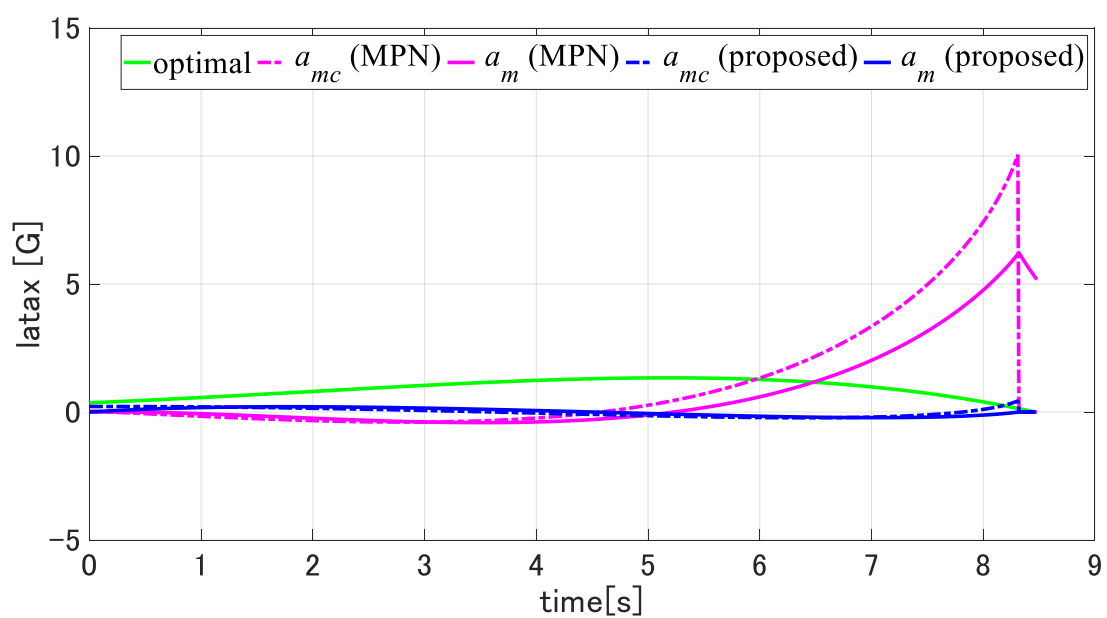


Fig. A4-4 指令横加速度と横加速度の時間履歴

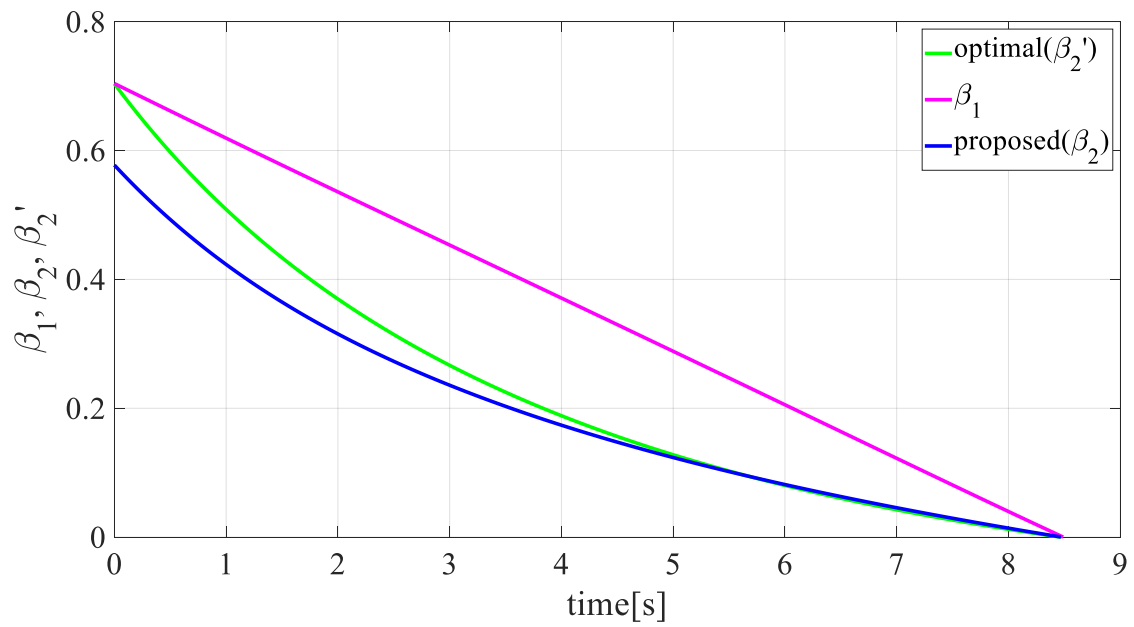


Fig. A4-5 $\beta_1, \beta_2, \beta'_2$ の時間履歴

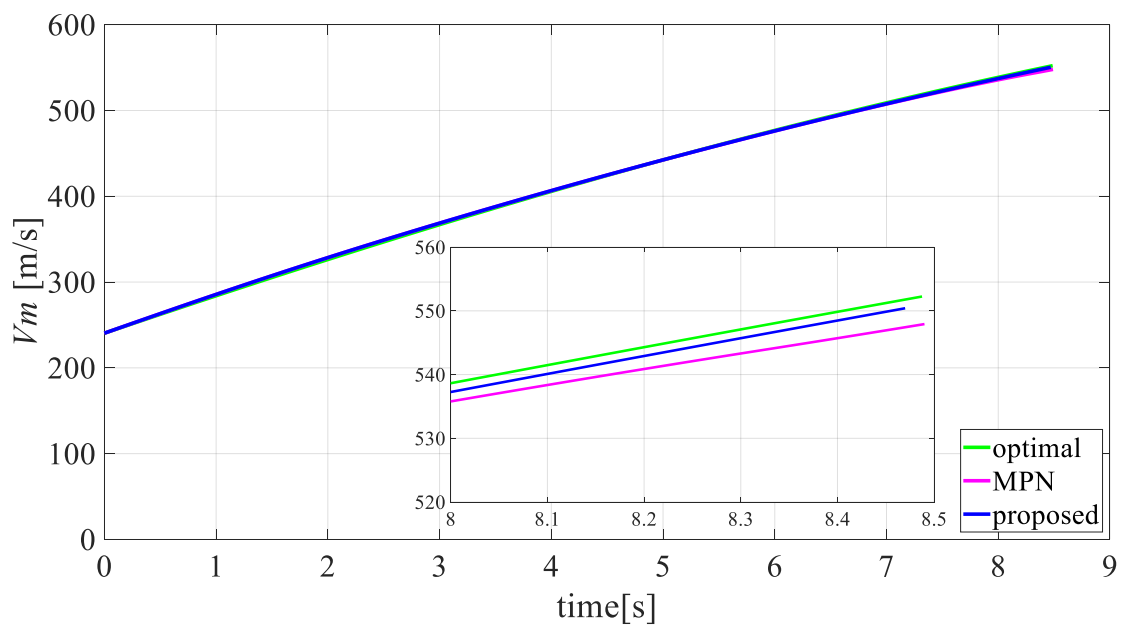


Fig. A4-6 速度の時間履歴

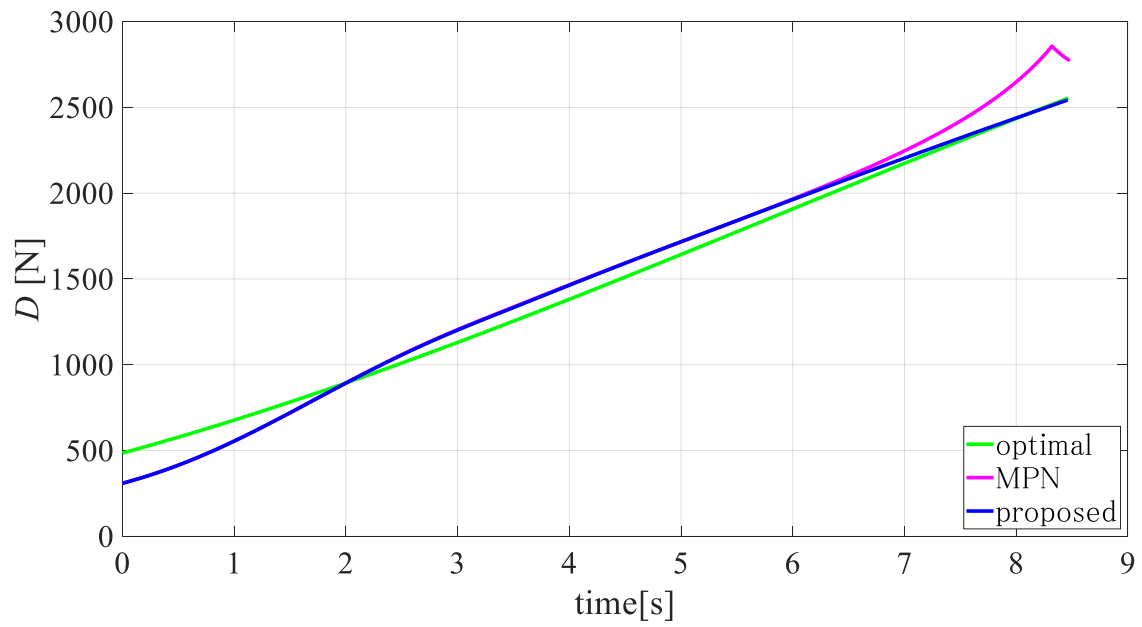


Fig. A4-7 抗力の時間履歴

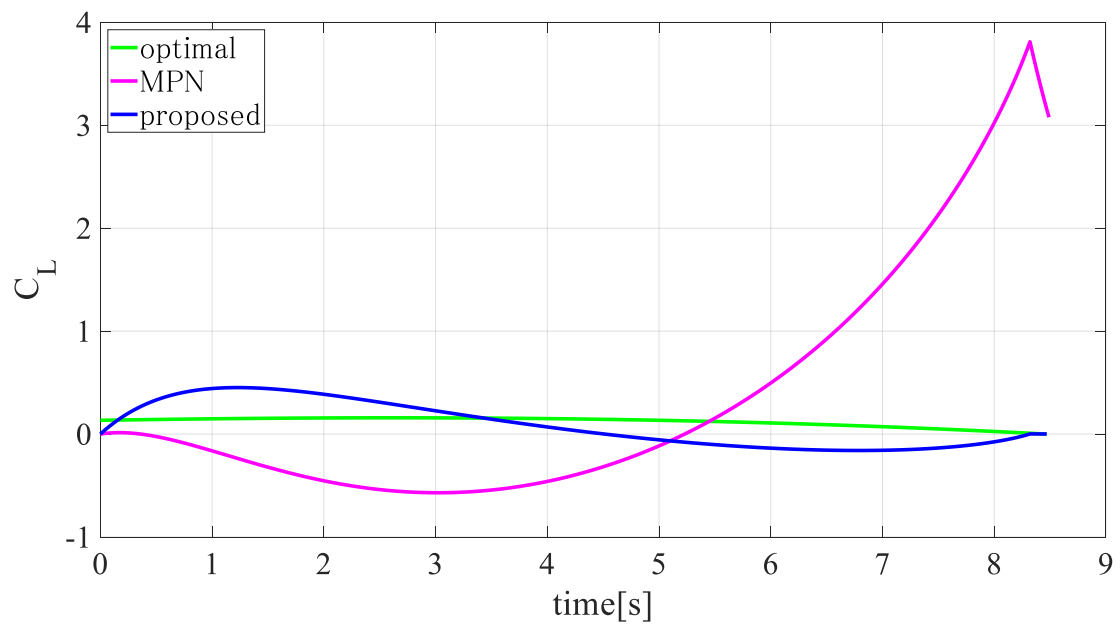


Fig. A4-8 揚力係数の時間履歴

Fig. A4.3から Fig. A4.8に示すグラフの通り，提案誘導則によるオフラインでの計算時に設定値（リード角）を変更することによって，目標物体が一定速度で等速直線運動する場合と同様に提案誘導則の有効性が示されることがわかる．

このように，オフラインで計算するテーブルデータを増やすことによって，目標物体が運動する場合や飛行開始時のリード角に対応することができる．

謝 辞

本博士論文は、筆者が防衛大学校 理工学研究科後期課程 装備・基盤工学系専攻に在学中に行った研究をまとめたものであります。本研究を進めるにあたり、適切な助言や丁寧なご指導をしてくださった全ての皆様に深く感謝申し上げます。

担当教官であります高野准教授には、学部生時代の FA 担当教官からの期間を含めると 9 年間も面倒を見て頂きました。本論文執筆にあたっては、着想から構成等、細部に渡る指導をしてくださっただけでなく、論文に関連した知識を丁寧に教えて頂きました。また、締め切りに追われた際も休日返上で面倒を見てくださり、最後まで見放すことなく、終始温かいご指導を頂きました。この場を借りて、深く感謝申し上げます。

同研究室の山崎教授には、研究に行詰ったり、間違った方向へ研究を進めてしまった際に適切なアドバイスを頂きました。また、私一人では到底たどり着けなかったアプローチの仕方や興味深い文献を紹介して頂いたり、日本各地や海外の学会に同行して下さり、出来の悪い私を最後まで見捨てることなく温かくご指導して頂きましたこと心から感謝申し上げます。

同研究室の山口教授には、宇宙機を始めとした深い知識を与えて頂くとともに、研究に関連したアドバイスを数多く頂きました。また、何度も開催して頂いたゼミでは、私に足りていない知識を補って頂きました。この場を借りて厚く感謝申し上げます。

同学科の越智教授、横山准教授には制御の観点から研究に対する適切な助言を頂き、研究を進めるうえで大変助けられました。特に、越智先生には最終審査委員を引き受けて頂きましたこと、感謝申し上げます。

横浜国立大学の上野教授には本論文の審査のために何度も防衛大学校へ足を運んでいただいただけでなく、各地で開催された学会でも数々の質問や的確なアドバイスを頂きました。更に、緊急事態宣言下ではメール等を利用したアドバイスや励ましのお言葉を頂きましたこと、深く感謝申し上げます。

機械工学科の原田教授には、最適化に関する深い知識を与えて頂くだけでなく、国内外で開催された学会においても多くの助言を頂きました。また、博士課程に進学する上での貴重なアドバイスをしていただけたことに感謝致します。

フランス陸軍士官学校 CREC 研究所では、Bergeon 先生、Boisboissel 先生にロボット制御に関する知識を与えて頂くとともに、ブルターニュ地方の歴史を教えて頂きました。また、留学生担当幹部としてフランスでの生活の面倒を見てくださった Aurelie 少佐にもこの場を借りて感謝申し上げます。

また、Fleeman 先生には米国で行われた SCITECH で知り合ったのをきっかけに、メール等にて飛翔体の抱える問題点、今後の展望などを細かくアドバイスして頂きましたこと感謝致します。

防衛大学校で前期課程を含めて 5 年間、同研究室で共に学びました橋川 1 尉、古川 1 尉、中川 1 尉、中田技官、今井 2 尉、菊川 2 尉、俵谷 3 尉、他研究室の学生、研究科係の方々、本科の学生、ほかにも多くの方々に支えて頂きましたこと感謝申し上げます。

防衛省海上自衛隊の関係各位には、このような研究の機会を与えて頂きましたこと感謝致します。

最後に、研究を継続する上で精神面から支えてくれた妻の志津佳、息子の武尊に深く感謝し、御礼申し上げます。

【参考文献】

- 1 野波健蔵, 小型無人航空機 (ドローン) における最新の技術動向と展望, 計測と制御, 第 59 巻, pp-437-443, (2020).
- 2 鈴木真二, 航空機における自動化の変遷と展望, 学術の動向, Vol.25, No.5, pp.30-32, (2020).
- 3 防衛技術ジャーナル編集部, ミサイル技術のすべて, 防衛技術協会, (2006).
- 4 小都元, ミサイル辞典 Reference Guide to World Missile Systems, 新紀元社, (2000).
- 5 D.McRuer, D.Graham, Flight Control Century: Triumphs of the Systems Approach, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.27, No.2, pp.161-173,(2004).
- 6 L. C. Yuan, Homing and Navigation Courses of Automatic Target Seeking Devices, Journal of Applied Physics, Vol.19, pp.1122-1128, (1948).
- 7 P. Garmel, Guided Weapon Systems, pp.198-241, Pergamon Press, Oxford, (1980).
- 8 M. J. Tahk, C. S. Park, and C. K. Ryoo, Line-of-Sight Guidance Laws for Formation Flight, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.28, No.4, pp.708-715, (2005).
- 9 A.R. Girard, P.T. Kabamba, Proportional Navigation: Optimal Homing and Optimal Evasion, Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol.57, No.4, pp.611-624, (2015).
- 10 Y. Yavin, R.DE. Villiers, Proportional Navigation and the Game of Two Cars: The Case of a Pursuer with Variable Speed, Computers Math. Aoolic, Vol.18, No.1-3, (1986).
- 11 M. Hawkins, Y. Guo, and B. Wie, Spacecraft Guidance Algorithms for Asteroid Intercept and Rendezvous Missions, International Journal of Aeronautical and Space Sciences, Vol.13, No.2, pp.154-169, (2012).
- 12 中安渉, 上野誠也, 樋口丈浩, 坂井真一郎, 植田聡史, 伊藤琢博, 小型月着陸機の比例航法を用いた終端誘導制御, 宇宙科学技術連合講演会講演集, (2016).
- 13 D. Ghose, True Proportional Navigation with Maneuvering Target, IEEE, Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.30, No.1, pp.229-237, (1994).
- 14 M. Guelman, The Closed-Form Solution of True Proportional Navigation, IEEE, Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.AES-12, No.4, pp.472-482, (1976).
- 15 D. Ghose, On the Generalization of True Proportional Navigation, IEEE, Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.30, No.2, pp.545-555, (1994).
- 16 U. S. Shukla, and I. R. Mahapatra, The Proportional Navigation Dilemma-Pure or True?, IEEE, Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol.26, No.2, pp.382-392, (1990).
- 17 C. D. Yang, and A. C. Yang, A Unified Approach to Proportional Navigation, IEEE, Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.33, No.2, pp.557-567, (1997).
- 18 K. Becker, Closed-Form Solution of Pure Proportional Navigation, IEEE, Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.26, No.3, pp.526-533, (1990).
- 19 P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance -Fifth Edition-, Vol.219, pp.11-29, 143-161,443-482, AIAA, (2006).
- 20 P. Zipfel, Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics, Second Edition, AIAA, (2007).
- 21 T. Kuroda, and F. Imado, Advanced Missile Guidance System against a Very High Speed Maneuvering Target, Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA, Boston, pp.176-180, (1989).
- 22 A. E. Bryson, Jr., and Y. C. Ho, Applied Optimal Control, Hemisphere Publishing Company, New York, pp.154-155, (1969).
- 23 馬場順昭, 山口誠, 一定加速度を有する飛翔体の誘導法, 第 21 期年回講演会, JSASS, (1990).
- 24 土肥直人, 馬場順昭, 高野博行, 速度変化する飛翔体の改良型比例航法の修正, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.52, No.605, pp.280-288, (2004).
- 25 土肥直人, ブースト中とバーンアウト後における飛翔体の誘導法に関する研究, 博士論文, 防衛大学校, 横須賀, 日本, Mar., (2005).

- 26 H. Cho, C. K. Ryoo, and M. J. Tahk, Closed-Form Optimal Guidance Law for Missiles of Time-Varying Velocity, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.19, No.5, pp.1017-1124, (1996).
- 27 上野誠也, ホモトピー法を用いた航空機の経路最適化, 自動車技術会春季学術講演会, 20115367, (2011).
- 28 D. Toratani, S. Ueno, and T. Higuchi, Simultaneous Optimization Method for Trajectory and Sequence for Receding Horizon Guidance in terminal Area, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol.8, No.2, pp.144-153, (2015).
- 29 福本紘司, 上野誠也, 連続変化を用いた単機の最適解による最短時間編隊形成問題の解法, *航空宇宙技術*, Vol.16, pp.109-114, (2017).
- 30 K. Y. Toumi, and O. Ito, Controller Design for Systems with Unknown Nonlinear Dynamics, *Proceedings of the American Control Conference*, Minneapolis, pp.836-845, (1987).
- 31 K. Y. Toumi, and O. Ito, A Time Delay Controller for Systems with Unknown Dynamics, *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, -Transactions of the ASME, Vol.112, No.1, pp.133-142, (1990).
- 32 Q. C. Zhong, Time Delay Control and its applications, Ph.D. dissertation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China, Dec, (1999).
- 33 J. Song and Y. Yong, Feedback Control for Four-wheel Steering Using Time Delay Control, *International Journal of Vehicle Design*, Vol.19, No.3, pp.282-298, (1998).
- 34 P. Chang, B. Park, and K. Park, Experimental Study on Improving Hybrid Position/Force Control of a Robot Using Time Delay Control, *Mechantronics*, Vol.6, No.8, pp.556-560, (1999).
- 35 P. Chang, and J. Lee, A Model Reference Observer for Time-Delay Control and its Application to Robot Trajectory Control, *IEEE, Transactions on Control System Technology*, Vol.4, No.1, pp.2-10, (1996).
- 36 Q. C. Zhong, Comments on “A Time Delay Controller for Systems with Uncertain Dynamics”, http://www2.ee.ic.ac.uk/cap/publications/2003/Zhong_UDE.pdf, 27th January (2003), (最終閲覧日：2020年12月30日).
- 37 野波健蔵, 田宏奇, スライディングモード制御, コロナ社, (1994).
- 38 S. B. Phadke, and S. E. Talole, Sliding Mode and Inertial Delay Control Based Missile Guidance, *IEEE, Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol.48, No.4, pp.3331-3346, (2012).
- 39 T. Yamasaki, S. N. Balakrishnan, and H. Takano, Sliding Mode-Based Intercept Guidance with Uncertainty and Disturbance Compensation, *Journal of Franklin Institute*, Vol.352, No.11, pp.5145-5172, (2015).
- 40 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治, 航空機力学入門, 東京大学出版会, pp.32-50222-236, (2012).
- 41 嶋田有三, 佐々修一, 飛行力学, 森北出版株式会社, pp.94-100,234-251, (2017).
- 42 E. L. Fleeman, Missile Design and System Engineering, AIAA, pp.33-82, 192-198, 183-603, (2012).
- 43 江口弘文, MATLAB による誘導制御系の設計, 東京電機大学出版局, pp.151-186, (2004).
- 44 M. J. Hemsch, Tactical Missile Aerodynamics, General Topics, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol.141, AIAA, pp.365-390, 115-223, (1992).
- 45 加藤寛一郎, 工学的最適制御, 東京大学出版会, (1993).
- 46 F. Lin, Robust Control Design, An Optimal Control Approach, John Wiley & Sons, Ltd, pp.1-13, 39-131, 213-236, (2007).
- 47 白石洋平, 高野博行, 山崎武志, 山口功, 修正比例航法の性能改善に関する考察, *航空宇宙技術*, Vol.19, pp.27-34, (2020).
- 48 白石洋平, 高野博行, 山崎武志, 山口功, 会合問題における誘導系の動特性補償のために外乱と時定数の推定, *航空宇宙技術*, Vol.20, pp.19-28, (2021).
- 49 J. K. Hedrick, A. Girard, Control of Nonlinear Dynamic Systems, Theory and Applications, (2005).
- 50 K. Yeung, S. Wang, A Simple Proof of Kharitonov's Theorem, *IEEE, Transactions on Automatic Control*, Vol. 32, pp.822-823, (1987).

- 51 B. R. Barmish, Kharitonov's theorem and its extensions and applications: An introduction, 26th IEEE Conference on Decision and Control, Los Angeles, Vol.26, pp.2060-2061, (1987).
- 52 H. K. Khalil, Nonlinear Control, Pearson, pp.51-54, (2014).
- 53 J. A. Moreno, M. Osorio, Strict Lyapunov Functions for the Super-Twisting Algorithm, IEEE, Transactions on Automatic Control, Vol.57, No.4, pp.1035-1040, (2012).
- 54 B. Wie, Space Vehicle Dynamics and Control, AIAA, pp.71-76, (1998).
- 55 W. H. Chen, J. Yang, L. Guo, S. Li, Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods-An Overview, Transactions on Industrial Electronics, Vol.63, No.2, pp.1083-1095, (2016).
- 56 Z.Gao, Active disturbance rejection control, a paradigm shift in feedback control system design, American Control Conference, pp.2239-2045, (2006).
- 57 J.Han, From PID to active disturbance rejection control, IEEE, Transactions on Industrial Electronics, Vol.56. No.3, pp.900-906, (2009).
- 58 H. K. Khalil, L. Praly, High-gain observers in nonlinear feedback control, International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol.24, No.6, pp.993-1015, (2014).
- 59 H.K.Khalil, Hight-Gain Observers in Feedback Control, Application to Permanent Magnet Synchronous Motors, IEEE Control Systems, Vol.37, No.3, pp.25-41, (2017).
- 60 V. V. Assche, T. A. Ali, C. A. B. Hann, F. L. Lagarrigue, High gain observer design for nonlinear systems with time varying delayed measurements, proceedings of the 18th World Congress The international Federation of Automatic Control, Milano, Italy, (2011).
- 61 F.Esfandiari, H.K.Khalil, Output feedback stabilization of fully linearizable systems, International Journal of Control, Vol.56, No.5, pp.1007-1037, (2007).
- 62 T.Mita, On zeros and responses of linear regulators and linear observers, IEEE, Transactions on Automatic Control, Vol.22, No.3, pp.423-428, (1997).
- 63 E. L. Fleeman, Tactical Missile Design, -Second Edition-, AIAA, (2003).
- 64 久野治義, ミサイル工学辞典, 原書房, (1990).
- 65 R. Fletcher, Practical Methods of Optimization, John Wiley & Sons, Ltd, pp.44-74, 137-330, (1987).
- 66 有本卓, カルマン・フィルタ, 産業図書, pp.249, (1977).
- 67 足立修一, 丸田一郎, カルマンフィルタの基礎, 東京電機大学出版局, pp.152-191, (2018).
- 68 加藤寛一郎, 最適制御入門, 東京大学出版会, pp.119-144, (1987).
- 69 P. Zarchan, H. Musoff, Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach, Vol.190, pp.1-38, 257-330, AIAA, (2001).
- 70 片山徹, 非線形カルマンフィルタ, 朝倉書店, pp.179, (2011).

著者学会発表等実績

学術論文

- 1 白石洋平, 高野博行, 山崎武志, 山口功,
修正比例航法の性能改善に関する考察,
航空宇宙技術, Vol.19, pp.27-34, 2020.
- 2 白石洋平, 高野博行, 山崎武志, 山口功,
会合問題における誘導系の動特性補償のための外乱と時定数の推定,
航空宇宙技術, Vol.20, pp.19-28, 2021.

共著論文

- 1 中川紗央里, 白石洋平, 山崎武志, 高野博行, 山口功,
目視線角速度情報のみを用いた外乱補償型誘導と最適誘導法との比較
計測自動制御学会論文集, Vol.55, No.3, pp.216-225, (2019).

国際会議

- 1 Y.Shiraishi, H.Takano, T.Yamasaki, I.Yamaguchi,
A Note on an Optimization for the Modified Proportional Navigation,
The 9th Asia Pacific International Symposium on Aerospace Technology (APISAT 2017), 2017.10.
- 2 Y.Shiraishi, H.Takano, T.Yamasaki, I.Yamaguchi,
Uncertain System Lag—Compensated Rendezvous Guidance,
The 57th IEEE, Conference on Decision and Control (CDC 2018), 2018.12.
- 3 Y.Shiraishi, H.Takano, T.Yamasaki, I.Yamaguchi,
Study on the Improvement of Modified Proportional Navigation Guidance.
AIAA, Science and Technology Forum and Exposition (SCITECH 2019), 2019.1.
- 4 Y.Shiraishi, H.Takano, T.Yamasaki, I.Yamaguchi,
Uncertain Autopilot Lag—Compensated Intercept Guidance for Integrated Guidance and Autopilot,
AIAA, Science and Technology Forum and Exposition (SCITECH 2020), 2020.1.

学会発表

- 1 白石洋平, 高野博行, 山崎武志, 山口功,
不確かさを含むシステムの遅れを補正した会合に関する研究,
第6回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 2019年3月.
- 2 白石洋平, 高野博行, 山崎武志, 山口功,
改良型比例航法の外乱に対するロバスト性に関する研究,
第57回飛行機シンポジウム, 2019年12月.
- 3 白石洋平, 高野博行, 山崎武志, 山口功,
飛翔体誘導における不確かさとシステムの遅れが time to go とミスディスタンスに与える影響
に関する研究,
第7回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 2020年3月.