

論文の内容の要旨

1 申請者

防衛大学校 鈴木 滉平

2 論文題目

Vortex loops in $\mathcal{N} = 2$ supersymmetric gauge theories on three-manifolds
(3次元多様体上の $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論の渦ループ)

3 論文の概要

本論文は、3次元多様体上における $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論 (supersymmetric gauge theory) に渦ループ (vortex loop) について研究した成果についてまとめたものである。この研究の主な成果として、3次元多様体上における $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論の渦ループに関して、2つの異なる記述を与えたことが挙げられる。1つは、場の発散的な振る舞いによる定義、もう1つは、3次元ゲージ理論とループ上の量子力学との相互作用という形による定義である。

一般に場の量子論を経路積分によって定義すると、その積分は場の配位全体における無限次元の積分となる。しかし、理論に超対称性 (supersymmetry=SUSY) があるとこの積分値の寄与は、鞍点 (saddle point) と呼ばれる特別な場の配位に局所化し、有限次元の積分まで局所化する。これを局所化原理 (localization principle) と呼ぶ。

当初我々は、この局所化原理を用いて超対称な渦ループの期待値を前者の定義、つまりゲージ場 $A = A_m(x)dx^m$ の発散的な振る舞い $A \sim \beta \cdot d\varphi$ に基づいて計算した。ここで β はゲージ群のカルタン部分代数に値をとる定数で、渦度 (vorticity) と呼ばれる。この結果を、Moore および Seiberg らによって主張された、特定のゲージ理論において「Wilson ループと渦ループが等価である」という結果と照らし合わせ検証したところ、この渦ループの定義には大きく2つの点で修正が必要であることがわかった。

1つ目は、超対称不変性から要請される境界項に加え、変分原理から要請される境界項 S_{QM} を加えておく必要があったことだ。この項は、変分原理が通常の運動方程式に加え、 $A_\varphi|_{\text{境界}} = \beta$ を導くように定まる。またこのことは、渦ループが3次元の理論と相互作用するループ上の1次元量子力学で記述されることを示唆する。

2つ目は、このループ上の量子力学を素朴に超対称化すると、Moore および Seiberg らが主張した Wilson ループと渦ループの間に成り立つ関係に、ボゾンのみの理論では現れなかったパラメーターのシフト $\lambda \rightarrow \lambda - \tilde{\rho}$ が起きてしまうことである。我々はこのシフトについて、 $\mathcal{N} = 2$ 超対称量子力学、つまり超対称渦ループを定義する量子力学に存在するグローバルアノマリと関係することを指摘し、アノマリをキャンセルする適切な電荷を持った Wilson ラインを挿入することでこれを解決すべきと主張した。

渦ループを定義する量子力学の一般化のために Gauged Linear Sigma Mode(GLSM) による記述を用いた。中でも籠 (quiver)GLSM と呼ばれる部類の理論は籠図形を用いた便利な定義があり、図形に登場する節や矢印がそれぞれ、ゲージ群や理論に含まれる場を表している。我々はいくつかの例において、対応する籠 GLSM を同定し、その量子力学の分配関数であるインデックスがゲージ場の発散的な振る舞いによって定義された渦ループの寄与と等しいことを示した。ここで、籠 GLSM のインデックスは無数の極をもつ複素積分で与えられるが、Jeffrey-Kirwan 留数積分の処方に基づいて、適切な極を選ぶことでこの積分は実行できる。

また、渦ループのない 3 次元 $\mathcal{N} = 2$ Pure CS 理論では、理論のパラメーターが特定の値をとるとき、超対称性が $\mathcal{N} = 2$ から $\mathcal{N} = 4$ に拡大することが知られている。渦ループを挿入しても、理論に含まれる場が特定の境界条件を満たすとき、1 次元 $\mathcal{N} = 2$ 量子力学が矛盾なく、1 次元 $\mathcal{N} = 4$ 量子力学に拡大することがわかった。またこれは、Assel および Gomis らの解析の一部を再現することを確かめた。

4 キーワード

「超対称ゲージ理論 (supersymmetric gauge theory)」, 「Chern-Simons 理論」, 「渦ループ (vortex loop)」, 「局所化原理 (localization principle)」, 「3D $\mathcal{N} = 2$ SUSY」, 「1D $\mathcal{N} = 2$ SUSY」